Title	社会資本ストックの劣化過程を考慮した動学的投資政策に関する研究(Dissertation_全文)
Author(s)	瀬木, 俊輔
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	2014-03-24
URL	http://dx.doi.org/10.14989/doctor.k18253
Right	許諾条件により本文は2015-03-24に公開
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	ETD

社会資本ストックの劣化過程を考慮した動学的投資政策に関する研究

瀬　木　　俊　輔

２０１４年

目 次

図 目 次

表 目 次

第1章　序論

1.1　研究の背景

　現在，日本では人口の減少と高齢化が進展しており，今後は，国・地方の財政的な制約が厳しくなっていくことが予想されている．勤労者世代の人口の減少が税収の増加を困難にするとともに，高齢者世代の人口の増加は高齢者に給付される社会保障費の増加をもたらす．そのため，社会資本投資に関する財政的な制約が厳しくなると予想される．他方，既設の社会資本の状況に目を向けると，高度経済成長期以降に建設された社会資本の老朽化が進行しており，今後は，これらの社会資本の更新費用が増加していく．社会資本投資の総額を所与とすれば，更新費用の増加は新規投資に使える資金の減少をもたらす．したがって，今後の日本では，人口の高齢化と社会資本の老朽化という二つの動学的現象の進行に伴い，社会資本関連の財源に関する制約が厳しくなっていくと考えられる．このような社会的背景の下で，限られた予算の範囲内で最大限の効果を得るための，社会資本投資に関する様々な政策が議論されている．具体的な政策としては，予防保全的維持管理による社会資本のライフサイクル費用の縮減や長寿命化，特定の領域に対する政策資源の重点的な投入，PPP による民間資金の活用等が挙げられる．これらの政策は一般的に，限られた資源の効率的な活用という観点から，その有効性が議論されている．しかし，その一方で，社会資本の便益を享受する将来世代の厚生に配慮し，世代間公平性の観点から，社会資本投資に関する政策が議論されることは少ない．一般に，社会資本は長い耐用年数を持っており，投資事業に

より整備された社会資本は，数十年以上の期間にわたり便益を生み出す．この便益は，現時点において自らの意見を政策に反映できない将来世代も享受する．したがって，現在世代は，現時点の政策が将来世代の厚生にもたらす帰結に対して責任を有する．この責任を果たすためには，世代間公平性に関する規範を明示したうえで，将来世代の厚生を適切に評価することが必要である．特に，人口の減少や高齢化，そして，社会資本の老朽化が進む現在の社会環境を考慮すると，将来世代は厳しい経済環境に置かれる可能性がある．このような可能性を考慮したとき，世代間公平性に配慮せずに社会資本投資政策を決定することは，大きな問題をもたらす可能性がある．しかしながら，このような観点から社会資本投資政策をどのように行うべきかについて，十分な議論がなされているとは言いがたい．

1.2 研究の目的

本研究は，世代別の家計の厚生（効用）を家計の消費水準で評価する．その上で，この厚生を世代間で平準化するという観点から，世代間公平性に配慮した社会資本投資政策の性質について分析を行うことを目的とする．分析に当たっては，人口の減少・高齢化や社会資本の老朽化等の動的な現象の考慮や，社会資本投資が世代別の家計の厚生に与える影響の評価を行うために，動学的な経済モデルを定式化し，分析を行う．

本研究では，社会資本が長い耐用年数を持つ点に着目する．社会資本は，数十年以上の期間にわたり便益を生み出す．したがって，社会資本投資事業の経済的な効果を評価する際，その便益の割引現在価値は，社会的割引率に大きく依存することになる．そこで，本研究の **2 章**，**3 章**，**5 章**においては，所与の世代間公平性に関する規範の下で，最適な動学的投資経路を求める社会的最適化問題の枠組みを用いて分析を行う．この枠組みを用いることにより，世代間公平性に配慮

して社会的割引率が調整される，理想的な社会環境下の社会資本投資政策の性質について分析できるほか，社会資本投資政策の有効性について世代間公平性の観点から明らかにすることができる．**2 章**では，人口の減少・高齢化が進行する社会，**3 章**では，社会資本の老朽化が進行する社会，**5 章**では，災害リスクが存在する社会が想定され，各社会状況の下での規範的な社会資本投資政策の分析が行われる．一方，**4 章**では，家計や企業が自らの効用や利潤を最大化するように行動する現実的な環境を想定し，人口の減少・高齢化と社会資本の老朽化が進行する社会における社会資本投資政策について，効率性と世代間公平性の両面から分析を行う．

さらに，本研究の **3 章**と **4 章**においては，社会資本の劣化過程，および，長寿命化投資（長寿命化対策）を通じた劣化過程の制御を表現可能なマルコフ・ビンテージモデルを定式化する．これにより，社会資本投資事業や長寿命化投資が将来世代に与える影響を詳細に評価することが可能になるとともに，長寿命化投資の有効性について，世代間公平性の観点から明らかにすることができる．本研究は，社会資本の長い耐用年数に着目し，人口の減少・高齢化や社会資本の老朽化が進行する社会における社会資本投資政策に関して，世代間公平性という評価視点から新しい知見を得る点に意義があると言える．

1.3 論文の構成

本論文は 6 つの章から構成される．**1 章**では，研究の背景と目的を示した上で，本研究が採用する分析枠組みの概要を述べる．

2 章では，人口の減少や高齢化が進行する社会において，現状の人口構成（人口や高齢化率）が不変に保たれるという仮定の下に実施される，社会資本投資事業の経済評価がもたらす影響を分析する．実務においては，将来の人口構成の予

測が困難であるという理由により，現在の人口構成が将来も維持され続けるという前提に基づいて経済評価が実施される場合が多い．**2 章**では，このような経済評価が世代別の厚生水準に与える影響を分析する．分析に当たっては，世代間公平性に配慮して社会的割引率の内生的な調整が行われる環境を想定する．その上で，将来の人口構成に関する想定のずれが社会資本投資額や世代別の厚生水準に与える影響を分析する．また，世代間公平性に配慮した社会的割引率の調整が行われず，固定的な割引率を用いて行われる経済評価の影響についても考察を行う．

3 章では，社会資本の老朽化が進行する社会における，世代間公平性に配慮した社会資本投資政策の性質について分析する．特に，社会資本の予防保全的維持管理を主体とする，社会資本の長寿命化投資の効果について，効率性・世代間公平性の両面から分析を行う．分析に当たっては，マルコフ劣化モデルを応用したマルコフ・ビンテージモデルを定式化し，社会資本の新規投資・更新投資・長寿命化投資を通じた，社会資本ストックの最適制御過程を分析する．分析を通じて，長寿命化投資には将来世代の消費水準を増やす効果と，社会資本更新費用の負担額に関する世代間公平性を改善する効果があることを示す．また，民間投資と社会資本投資を通じた更新費用の世代間移転の効果についても考察する．

4 章では，社会資本の新規投資・更新投資，および，長寿命化投資の世代別帰着便益の性質について分析する．同時に，増税・起債・基金の積み立てといった投資の資金調達手法が，投資の世代別帰着便益に及ぼす影響についても分析する．分析に当たっては，現実の日本経済の動きをシミュレート可能なモデルを定式化し，政府の予算制約を明示的に考慮した分析を行う．また，社会的割引率の調整について，効率性と世代間公平性の両面から分析を行う．分析を通じて，人口減少・高齢化社会においては，世代間公平性を考慮せずとも，資源の効率的な活用の観点から，社会的割引率の調整が望ましいことを示す．その上で，こうした社

会的割引率の調整について世代間公平性の観点からも考察する．

5 章では，災害の不確実性と影響の長期性，および，国民のリスク回避に関する選好を考慮したうえで，社会的に最適な防災投資額を分析することができる動学的確率的経済モデルを構築する．このモデルを用いた分析により，災害リスク存在下における，生産資本（生産性に寄与する設備）ストックと防災資本（防災効果を持つ設備）ストックの最適な動的経路を示す．さらに，災害被害額や経済活動の規模と最適な防災投資水準の関係について分析するほか，災害被災後の投資計画に関する考察を行う．

6 章では，本研究の成果を取りまとめる．

1.4 本研究が採用する基本的な分析枠組み

1.4.1 経済モデルの基本的な構造

本研究は，閉鎖経済・一部門の動学的経済モデルを分析に採用する．このモデルは，Solow[1] がその性質を詳細に分析したモデルであり，経済成長理論やマクロ経済学の分野において多用されるモデルである．本研究は，この閉鎖経済・一部門経済モデルに対して，社会資本の効果と蓄積過程の表現を組み込んだモデルを採用する．本項では，このモデルの基本的な構造を概説する．

外国との交易や資金の貸借が存在しない閉鎖された一国の経済を想定する（もしくは閉鎖された一地域の経済を想定する）．時間を $t = 0, 1, 2, \cdots$ のように離散的に表す．国内の生産活動によって生産される最終生産物を一種類に集計化して表現し，この最終生産物（以下，単に財と呼ぶ）を価値尺度財とする．生産活動は，労働力と民間資本を投入することによって行われる．また，社会資本には経済の生産性を高める「生産力効果」[2] が存在し，社会資本ストックが高いほど財の生産量が増大する．以上の前提の下で，時刻 t の生産活動に関する技術を，コ

ブ＝ダグラス型の生産関数を用いて，

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (A_t L_t)^{1-\alpha_k} \tag{1.1}$$

と表現する．ここで，Y_t は時刻 t における財の生産量（あるいは GDP）を，G_t は国内の社会資本ストックを，K_t は民間資本の投入量を，L_t は労働力の投入量を表す．A_t は，時刻 t における生産活動の技術水準を表す外生的な定数であり，この数値を時間推移に伴い増加させることにより，ハロッド中立型の技術進歩を表現することができる．α_k, α_g は非負の定数であり，$\alpha_k + \alpha_g < 1$ を満たす．この生産関数は，労働力と民間資本の投入量について収穫一定となっている．$G_t^{\alpha_g}$ は社会資本の生産力効果を表現している．式 (1.1) の生産関数は，G_t, L_t, K_t に関して収穫逓増を示す．これは，社会資本が生産活動の基盤となる環境を創出し，その環境の中で生産活動が行われることを表している（環境創出効果）．労働力と民間資本は常に完全雇用され，L_t, K_t は時刻 t における国内の労働力と民間資本ストックに等しいと仮定する．国内の労働力と技術水準の流列 $\{L_t, A_t\}_{t=0}^{\infty}$ は外生的に与えられ，経済活動の影響は受けない．なお，式 (1.1) と全く同一の生産関数を用いるのは，**4 章**のモデルのみである．**2 章**，**3 章**，**5 章**のモデルにおいては，技術進歩の存在を考慮せず，通時的に $A_t = 1$ が成立すると仮定する．また，**5 章**のモデルにおいては，生産活動に寄与する民間資本と社会資本を生産資本という一種類の資本に集計化して表現する．

生産された財は，消費・民間投資・社会資本投資・長寿命化投資に使用される．この関係を以下の式で表す．

$$Y_t = C_t + I_t^k + I_t^g + M_t \tag{1.2}$$

ここで，C_t は時刻 t における総消費，I_t^k は民間投資，I_t^g は社会資本投資，M_t は長寿命化投資を表す．民間資本ストックは，民間投資に伴い，以下の式に従って

蓄積する．

$$K_{t+1} = I_t^k + (1 - \delta_k)K_t \tag{1.3}$$

ここで，δ_k は民間資本の減耗率を表す定数である．初期時刻 $t = 0$ における民間資本ストック K_0 は外生的に与えられる．社会資本ストックは，社会資本投資に従い蓄積するが，その蓄積過程のモデルは章によって異なる．**2 章**と **5 章**では，民間資本と同様の下記のモデルを用いる（ただし，**5 章**では G_t は防災資本を表す）．

$$G_{t+1} = I_t^g + (1 - \delta_g)G_t \tag{1.4}$$

ここで，δ_g は社会資本の減耗率を表す定数である．一方，**3 章**と **4 章**においては，社会資本ストックの老朽化を表現可能なマルコフ・ビンテージモデルを採用する．このマルコフ・ビンテージモデルは，社会資本の劣化過程をマルコフ劣化モデルにより表現したものであり，本研究が長寿命化投資の効果を分析するために定式化したモデルである．その詳細は **3 章**と **4 章**で述べるが，社会資本投資 I_t^g を増やすことにより，将来の社会資本ストックが増える点については，式 (1.4) と同じである．また，マルコフ・ビンテージモデルにおいては，長寿命化投資 M_t を増やすことにより，社会資本の期待寿命を増やすことができる．初期時刻 $t = 0$ における社会資本ストックは外生的に与えられる．なお，式 (1.4) の蓄積過程のモデルでは，長寿命化投資の効果を表現することができないため，**2 章**と **5 章**のモデルにおいては，長寿命化投資 M_t が存在しない．

以上が，本研究が採用する閉鎖経済・一部門の動学的経済モデルの基本的な構造である．ただし，以上のモデルだけでは，経済活動の推移を分析することはできない．以上のモデルに対して，投資の流列 $\{I_t^k, I_t^g, M_t\}_{t=0}^{\infty}$ の決定過程のモデルを組み込むことにより，経済活動の推移の分析が可能となる．**2 章**，**3 章**，**5 章**のモデルでは，消費の流列 $\{C_t\}_{t=0}^{\infty}$ の望ましさに関する評価順序を規定する目的関数

（社会厚生関数）が設定され，その目的関数を最大化する投資の流列が決定される．**4 章**のモデルでは，民間投資は家計の貯蓄行動により決定され，社会資本投資と長寿命化投資は政府の政策によって決定される．

以上のモデルが持つ重要な特徴は，時刻 t における投資 I_t^k, I_t^g, M_t を増やすと，時刻 t における消費 C_t が減る代わりに，時刻 $t+1$ 以降の民間資本や社会資本のストックが増加するため，将来の消費を増やすことが可能であるということである．逆に，将来の消費を高めるためには，現在の消費を減らさなければいけない．すなわち，この経済モデルは，現在世代と将来世代の消費水準に関して，利害の対立が生じうる構造を有している．本論文の **2 章**から **4 章**においては，このような環境における社会資本投資政策について，世代間公平性の観点から分析を行う．ただし，世代間公平性に関しては，極めて多くの考え方や分析手法が存在しており [3]，それらの全てを考慮に入れて分析を行うことは困難である．そこで，本研究では，世代間公平性に関する限定的な考え方と手法を用いて分析を進める．次項では，本研究が採用する世代間公平性の考え方と分析手法を述べる．

1.4.2 世代間公平性に関する考え方

本研究は，厚生主義の立場に立脚して世代間公平性に関する問題を議論する．厚生主義とは，社会経済の制度や政策の結果として人々が獲得する厚生（効用）のみに着目して，制度や政策の善悪を議論する立場であり [3]，帰結主義の一種である．本研究では，各世代の個人に固有の効用関数を設定し，この効用関数を用いて各世代の個人の境遇を評価する．そして，この世代別の効用の流列を用いて，世代間公平性に関する議論を行う．本研究がこのような立場を取る理由は，費用便益分析について世代間公平性の観点から議論を行うのが容易になることである．この立場においては，次項で述べるように，世代間公平性に配慮して社会的割引率の調整を行うための理論が存在している．また，**4 章**において示すが，社会資

本投資事業が各世代の厚生に与える影響を金銭換算することにより，投資事業の便益の世代別帰着分布を，費用便益分析と整合的な形で評価することができる．

2 章と **3 章**では，世代間公平性に配慮して，消費の流列の望ましさに関する評価順序を規定する社会厚生関数を先験的に定式化する．そして，この社会厚生関数を最大化する投資・消費の流列の分析が行われる．社会厚生関数を最大化する経済の動学的経路は，現実の経済が辿る動学的経路を示すものではなく，想定した前提条件下での規範的な動学的経路を描写するものである．本研究は，この社会厚生関数として，以下のような形式のものを採用する．

$$W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t N_t u\left(\frac{C_t}{N_t}\right) \tag{1.5}$$

ここで，N_t は時刻 t における総人口を，C_t/N_t は人口 1 人当たりの消費を表す．u は各時刻における個人（一人当たり）の厚生を表す関数であり，$u' > 0, u'' < 0$ を満たす．厚生 u は，人口 1 人当たりの消費に依存して決まる．$\beta\,(0 < \beta < 1)$ は厚生の割引因子を表す定数であり，この割引因子により割り引かれた各時刻の厚生の総和が，社会厚生として評価される．この功利主義的な形式の社会厚生関数は，動学的な環境における社会厚生関数として最も幅広く使われているものである [4]．この形式の社会厚生関数は，将来世代の厚生を考慮した最適経済成長経路を分析する最適成長理論 [5], [6] をはじめとして，枯渇性資源の世代間配分問題 [7]，再生可能資源の最適利用水準 [4]，温室効果ガス排出の悪影響が存在する環境における最適経済活動水準 [8] 等の分析に応用されている．

式 (1.5) の形式の社会厚生関数は，将来世代の厚生を割引因子 β によって割り引いているため，この関数を用いて消費の流列の望ましさを評価することは，世代間公平性の観点から問題があるように思われる．しかしながら，Diamond[9] は，少数の緩やかな公理の下で，全ての世代の厚生を同等に扱いつつ，無限の効用流列に関する合理的で連続な評価順序を形成することは，論理的に不可能であるこ

とを示している．すなわち，Diamond の設定した公理の下では，無限の効用流列に関する合理的で連続な評価順序は，将来世代の厚生の割引を含まざるを得ない．また，Koopmans[10] は，消費の無限流列に関する評価順序のうち，二つの尤もらしい公理を満たす連続的な評価順序は，式 (1.5) の形式の社会厚生関数として表現可能であることを示している．すなわち，Koopmans の公理の下では，消費の無限流列の評価順序は，一定の割引率を用いた厚生の割引現在価値の総和の形式を持つ社会厚生関数によって表現可能である．これらの研究成果は，式 (1.5) の形式の社会厚生関数に一定の正当性を与えるものである．また，式 (1.5) の形式の社会厚生関数を最大化するとき，将来世代の厚生が現在世代の厚生よりも低くなるとは限らないことにも注意する必要がある．例えば，最適成長理論 [5], [6] の枠組みにおいては，一般的に，一人当たりの消費が増加する経路が分析されるため，将来世代の厚生が現在世代の厚生よりも高くなる．以上の点を踏まえ，本研究は式 (1.5) の形式の社会厚生関数を採用する．

以上で述べた，本研究が採用する世代間公平性に関する考え方と分析手法は限定的なものである．世代間公平性に関しては，厚生経済学の分野だけでも極めて多くの考え方や分析手法が存在している [3]．それらの異なる考え方や分析手法を採用した場合，世代間公平性に配慮した社会資本投資政策がどのような性質を示すのかを分析・考察することは，今後に残された重要な課題である．本研究は，費用便益分析との対比の観点から最も扱いやすい考え方と分析手法を採用する．

1.4.3 社会的割引率の調整

式 (1.5) の形式の社会厚生関数を最大化する投資・消費の流列を求める枠組みにおいては，最適な経済の動学的経路上において社会的割引率が内生的に決定される．いま，消費の流列 $\{C_t\}_{t=0}^{\infty}$ が与えられているとしよう．この前提の下で，時刻 t の財 1 単位の価値を，社会厚生関数 W_0 を用いて評価する．時刻 t の財 1 単位

を消費 C_t の増加に使うとき，社会厚生 W_0 は $\partial W_0/\partial C_t = \beta^t u'(C_t/N_t)$ だけ増加する．この値は時刻 t の財 1 単位の価値を表している．このように，その財が社会厚生 W_0 をどれだけ改善できるか，という観点から財の価値を評価するとき，時刻 t の財の価値を基準にしたときの，時刻 $t+1$ の財の相対的な価値は，

$$\frac{\beta^{t+1} u'(C_{t+1}/N_{t+1})}{\beta^t u'(C_t/N_t)} = \frac{\beta u'(C_{t+1}/N_{t+1})}{u'(C_t/N_t)} \tag{1.6}$$

と表される．厚生経済学の分野においては，式 (1.6) の値を用いて社会的割引率を定義することがある [4], [8], [11]．具体的には，時刻 t の社会的割引率を ρ_t とするとき，ρ_t を，

$$\frac{1}{1+\rho_t} = \frac{\beta u'(C_{t+1}/N_{t+1})}{u'(C_t/N_t)} \tag{1.7}$$

と定義する．割引率 ρ_t を用いると，時刻 t の財の価値に対する時刻 $t+1$ の相対的な価値は $1/(1+\rho_t)$ となるから，これは自然な定義となっている．

式 (1.7) により定義される社会的割引率 ρ_t は，時刻 t の一人当たり消費 C_t/N_t について単調減少し，時刻 $t+1$ の一人当たり消費 C_{t+1}/N_{t+1} について単調増加する．よって，式 (1.7) により表される社会的割引率を用いると，社会的割引率の内生的な調整を通じて，一人当たりの消費が相対的に低い世代の財の価値が，高く評価されることになる．式 (1.5) の形式の社会厚生関数を最大化する投資の流列は，各時刻における社会的割引率と投資収益率を等しくする投資の流列として求められる [12] ため，結果的に，世代間公平性に配慮した動学的資源配分が実現することになる．

2 章と **3 章**においては，各時刻における個人の厚生を表す関数 u として，以下の相対的リスク回避度一定の効用関数を採用する．

$$u(c) = \begin{cases} \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}, & (\sigma \neq 1) \\ \ln c, & (\sigma = 1) \end{cases} \tag{1.8}$$

$\sigma\ (>0)$ は世代間の消費の公平性を表現するパラメータであり [11]，この値が大きいほど，一人当たり消費の世代間の平準化を達成することにより，社会厚生が増加するようになる．特に，$\sigma \to \infty$ の極限においては，社会厚生関数 W_0 は，一人当たり消費が最も低い世代の消費を最大化する政策を望ましいと評価するようになる．

なお，経済学の理論に基づく社会的割引率の定義には，社会厚生関数を用いた上記の定義の他に，機会費用である民間の投資収益率（あるいは金利）を用いるものもある [11]．現実の費用便益分析において採用される社会的割引率は，こちらの定義に基づくものだと考えられる．そこで，本研究の **4 章**では，こちらの定義に基づく社会的割引率についても，将来世代の厚生や世代間公平性の観点から分析を行うこととする．**4 章**のモデルにおいては，各世代の個人が自らの効用を最大化するように行動する，分権的な環境における動学的経路を求め，金利の変化に合わせた社会的割引率の調整について分析を行い，将来世代の厚生と関連付けた考察を行う．また，**4 章**の分析では，社会資本の厚生効果（国民の厚生を直接的に向上させる効果）[2] を考慮した分析を行うために，厚生 u は，消費だけではなく社会資本ストックにも依存するという定式化を採用する．

1.4.4 不確実性下の将来の便益の割引

2 章から **4 章**においては，不確実性の存在しない環境における社会資本投資政策について，世代間公平性の観点から分析を行う．それに対して，**5 章**においては，災害リスクという不確実性が存在する環境における，防災資本に対する投資政策（防災投資政策）が分析される．**5 章**では，防災効果を持つ全ての設備に対する投資政策を考える．したがって，必ずしも社会資本に限定した投資政策を分析するわけではないが，そこで得られた政策的示唆は防災効果を持つ社会資本に対しても適用可能なものである．

5 章の分析においては，将来世代の厚生だけではなく，国民のリスク回避に関する選好も考慮して，社会的に最適な防災投資政策の性質の分析が行われる．ただし，その分析枠組みは，**2 章**や **3 章**と同様の，社会厚生関数を最大化する消費・投資の流列を求める最適化問題となっている．**5 章**の分析においては，以下の形式の社会厚生関数を採用する．

$$W_0 = \mathrm{E}_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(C_t)\right] \tag{1.9}$$

ここで，E_0 は時刻 $t = 0$ の情報を用いて期待値を取ることを表す記号である．u は各時刻における国民の厚生を表す関数であり，$u' > 0, u'' < 0$ を満たす．$\beta (0 < \beta < 1)$ は厚生の割引因子を表す定数である．社会厚生関数 W_0 は，各時刻の厚生の割引現在価値の総和の期待値として表される．期待値を取ることを除けば，式 (1.9) と式 (1.5) の社会厚生関数は全く同じ形をしている（**5 章**では人口変動の問題は扱わないため，$N_t = 1$ としている）．

式 (1.9) の形式の社会厚生関数を最大化する投資・消費の流列を求める枠組みにおいては，最適な経済の動学的経路上において，将来の便益を割り引くための最適な数値が内生的に決定される．ただし，この数値は，その便益がどのような状況で生じるかに応じて異なった値を取る [14]．本研究の分析事例で言えば，その便益が平常時に生じるのか，災害時に生じるのかによって，異なった数値を割引に用いる必要がある．以下では，この数値が決定される仕組みを述べる．議論を簡単化するために，経済活動は時刻 $t = 1$ で終了すると仮定する．また，$t = 1$ においては確率 p で災害が生じるとする．このとき，社会厚生関数 (1.9) を次のように表すことができる．

$$\begin{aligned} W_0 &= \mathrm{E}_0\left[\sum_{t=0}^{1}\beta^t u(C_t)\right] \\ &= u(C_0) + \beta(1-p)u(C_1^n) + \beta p u(C_1^d) \end{aligned} \tag{1.10}$$

ここで，C_1^n は災害が生じなかった場合（平常時）の時刻 1 の消費を，C_1^d は災害が生じた場合（災害時）の時刻 1 の消費を表す．いま，各時刻の異なる状況における消費の組 C_0, C_1^n, C_1^d が与えられているとしよう．この前提の下で，時刻 1 の平常時と災害時における財 1 単位の価値を，社会厚生関数 W_0 を用いて評価する．前項と同様の考え方を用いると，平常時の財の価値は$\beta(1-p)u'(C_1^n)$ と表され，災害時の財の価値は$\beta pu'(C_1^d)$ と表される．よって，平常時に生じる便益を割り引くには，$\beta(1-p)u'(C_1^n)/u'(C_0)$ を乗じればよく，災害時に生じる便益を割り引くには，$\beta pu'(C_1^d)/u'(C_0)$ を乗じればよい．災害時の便益に乗じられる値は，災害時の消費 C_1^d について単調減少し，現在の消費 C_0 について単調増加する．よって，社会厚生関数 W_0 を最大化する政策の下では，災害時の消費が現在の消費に比べて低いほど，災害時に生じる所得や便益が高く評価されるようになる．その結果，災害時と平常時の消費を平準化することを志向した政策が行われることとなる．

5 章においては，関数 u として，式 (1.8) の相対的リスク回避度一定の関数を採用する．この場合，σ は世代間公平性に対する配慮の強さだけではなく，国民のリスク回避の強さ（相対的リスク回避度）も表すパラメータとなる．この値が大きいほど，災害時と平常時の消費の平準化を達成することにより，社会厚生が増加するようになる．

式 (1.9) の形式の社会厚生関数（あるいは効用関数）を採用することは，国民がリスク回避的であるという前提に立つことを意味する．この前提は，景気変動など不確実性の存在する環境におけるマクロ経済の挙動を分析する研究において，標準的に採用されているものである [13]．実際，損害保険の例に限らず，金融商品の価格には，株式の期待収益率と債券の金利の差（リスクプレミアム）など，個人がリスク回避的であると仮定しなければ説明が付かない現象が多く存在しており，これらの現象の分析には，リスク回避的な個人を仮定したモデルが用いら

れている [13]．**5 章**においても，既存の多くのマクロ経済に関する研究と同様に，リスク回避的な国民を前提として分析を行う．

参考文献

[1] Solow, R.M.: A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.70, pp.65-94, 1956.

[2] 唐木芳博, 奥原崇, 渡真利諭, 朝日ちさと, 西畑 知明: 社会資本ストックの経済効果に関する研究 −都市圏分類による生産力効果と厚生効果−, 国土交通政策研究 第 68 号, 2006.

[3] 鈴村興太郎: 世代間衡平性の厚生経済学, 世代間衡平性の論理と倫理 1 章, 編集: 鈴村興太郎, pp.3-28, 東洋経済, 2006.

[4] Heal, G.M.: Intertemporal Welfare Economics and the Environment, Chapter 21 in: Mäler, K.-G. and Vincent, J.R. (Eds.), *Handbook of Environmental Economics, Volume 3*, North-Holland, 2005.

[5] Cass, D.: Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation, *The Review of Economic Studies*, Vol.32, No.3, pp.233-240, 1965.

[6] Koopmans, T.C.: On the Concept of Optimal Economic Growth, in *The Econometric Approach to Development Planning*, North-Holland, pp.225-287, 1965.

[7] Heal, G.M.: The Optimal Use of Exhaustible Resources, Chapter 18 in: Kneese, A.V. and Sweeney, J.L. (Eds.), *Handbook of Natural Resource and Energy Economics*, North-Holland, 1993.

[8] Dasgupta, P. S., Mäler, K.-G. and Barrett, S.: Intergenerational Equity, Social Discount Rates, and Global Warming, Chapter 7 in: Portney, P.R. and Weyant, J.P. (Eds.), *Discounting and Intergenerational Equity (Resources for the Future)*, RFF Press, 1999.

[9] Diamond, P.A.: The Evaluation of Infinite Utility Streams, *Econometrica*, Vol.33, No.1 pp.170-177, 1965.

[10] Koopmans, T.C.: Stationary Ordinal Utility and Impatience, *Econometrica*, Vol.28, No.2, pp.287-309, 1960.

[11] Arrow, K.J., Cline, W.R., Mäler, K.-G., Munasinghe, M., Squitieri, R. and Stiglitz, J.E.: Intertemporal Equity, Discounting, and Economic Efficiency, Chapter 4 in: Bruce, J.P., Lee, H. and Haites, E.F. (Eds.), *Climate Change 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change: Contribution of Working Group III to the Second Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, 1996.

[12] Ramsey, F.P.: A Mathematical Theory of Saving, *The Economic Journal*, Vol.38, No.152, pp.543-559, 1928.

[13] Romer, D.: *Advanced Macroeconomics Fourth Edition*, McGraw-Hill, 2012.

[14] Arrow, K.J. and Lind, R.C.: Uncertainty and the Evaluation of Public Investment Decisions, *The American Economic Review*, Vol.60, No.3, pp.364-378, 1970.

第2章　人口構成の不変想定がもたらす計画論的バイアス

2.1　緒言

日本の高齢化率（総人口に占める65歳以上の人口の割合）は，平均寿命の増加と出生数の低下により増加し続けている．また，日本の総人口は2004年をピークに減少に転じている．高齢化率の増加と総人口の減少は，今後の40年間も続くことが予想されている[1]．本研究では，総人口の減少が継続している社会を人口減少社会，高齢化率の増加を経験している社会を高齢化社会と呼ぶ．上記の事実は，日本が人口減少・高齢化社会であることを示している．

本研究では，総人口と年齢階層別の人口の分布を人口構成と呼ぶ．人口減少・高齢化社会は，人口構成が通時的に変化し続けている社会である．したがって，人口減少・高齢化社会においては，国土計画，都市計画の策定や社会資本投資事業の経済評価を行う際に，将来の人口構成の変化を考慮することが必要である．しかし，国土計画や都市計画の策定や，社会資本投資事業の経済評価を行う現場においては，将来時点における人口構成の変化過程を明示的に考慮しない場合が少なくない．特に，空間スケールを細分化した地域・都市レベルにおいては，将来の人口構成の予測が困難であるという理由により，現在の人口構成が将来も維持され続けるという前提に基づいて計画が作成されたり，経済評価が実施される場合が多い．また，人口減少・高齢化が続く地方都市圏においては，人口の維持，増加を目的とした政策が議論されることも少なくない．このような状況の中で，

人口減少を想定した地域計画を作成することは理論的には可能であっても，地方政治の現場においては受け入れられない場合も少なくない．

地域計画が地域の将来像に対する現世代の意思を表すと考えれば，人口減少・高齢化が進展する中で，現在時点における人口構成を一定に維持するという計画を検討することは，最終的な意思決定のための一つの思考実験としての意義があろう．しかし，国土全体として，人口減少・高齢化が進展することは事実であり，すべての地域が人口構成を一定に維持することは不可能である．人口構成を一定に維持することを前提とした地域計画は，将来時点において人口減少，高齢化が進展した状況の下において社会的に最適な計画となる保証はない．人口減少・高齢化が進展する可能性が高い状況下において，現在世代が人口構成を不変に保つという計画を採用する場合，現在世代は将来時点において，現時点で策定した計画がもたらす社会・経済的帰結に対して責任を有することになる．

以上の問題意識の下に，本章では，現状の人口構成が将来も不変に保たれ続けるという仮定の下に作成される，地域の社会資本投資計画がもたらす影響（計画バイアス）を，動学的経済モデルを用いて分析することを目的とする．分析に当たっては，世代間公平性に配慮して社会的割引率の内生的な調整が行われ，この社会的割引率を用いて社会資本投資の経済評価や計画の作成が行われる環境を想定する．その上で，人口構成の不変想定の下で作成される計画が，人口構成の変化を考慮した社会的最適な計画と比較して，現在世代と将来世代の厚生にいかなる帰結をもたらすのかを分析する．このような分析を通じて，人口構成が不変であるという想定を採用することが有する計画論的な意味について考察する．また，世代間公平性に配慮した社会的割引率の調整を行わず，固定的な割引率を用いて行われる経済評価や計画の作成の影響についても併せて考察を行う．以上の分析を通じて，将来人口構成という計画フレーム策定作業における予測誤差がもたら

す計画バイアスに関する知見を得たいと考える．以下，**2.2.** では，本章の基本的な考え方を述べる．**2.3.** では，分析に用いる動学的経済モデルを定式化する．そして，**2.4.** では人口減少社会，**2.5.** では高齢化社会において，人口構成の不変想定の下に作られる計画が，世代別の厚生にもたらす帰結を分析する．**2.6.** では，将来人口構成という計画フレーム策定作業における予測誤差がもたらす計画バイアスについて考察する．

2.2　本章の基本的な考え方

2.2.1　本章の目的と既往研究

本章では，人口減少・高齢化が進展する社会において，人口構成が不変であるという想定に基づいて作成した計画が，現在世代と将来世代の厚生にもたらす影響について，動学的経済モデルを用いて分析を行う．まず，2 世代 OLG モデルを用いて，人口減少・高齢化が進展する人口動態を表現する．その上で，Calvo and Obstfeld[2] が提示した社会厚生関数を用いて，人口減少・高齢化が進展する環境における世代間公平性に配慮した社会資本投資計画を分析するためのモデルを定式化する．**1.4.2** , **1.4.3** で述べた，社会厚生関数を最大化する経済の動学的経路を求める枠組みは，社会的に最適な経済計画を分析するための枠組みとしても捉えることが可能である [3]．本章では，人口構成の変化が，世代間公平性に配慮した社会資本投資計画に及ぼす影響を分析するために，人口減少・高齢化という人口構成の変動を明示的に考慮した OLG モデルを定式化するとともに，中央集権的な政府が策定する計画が現在世代と将来世代の厚生に及ぼす影響について分析することとする．その際，人口構成が不変であるという myopic な人口想定に基づいた OLG モデル (Myopic モデルと呼ぶ) と，人口構成の変化の完全予見を仮定した OLG モデル (完全予見モデルと呼ぶ) を定式化し，2 つのモデルを用いて得られた社会資本投資計画の比較を行う．

2.2.2 人口構成に関する想定誤差

伝統的な地域計画においては，将来の総人口を過去からのトレンドに基づいて予測し，その結果をコントロールトータルとして計画プロセスにおいて採用する場合が多かった．しかし，人口減少・高齢化が進展するような状況において，将来人口の予測において過去からのトレンドを用いることができない場合が少なくない．将来人口や人口構成の予測には，これまで以上に多大な不確実性が介在する．さらに，空間スケールを細分化した圏域レベルにおいては，人口構成の推移に与える影響の定量化がさらに困難となり，将来の人口構成の予測精度を高めることには限界が存在する．地域計画を策定する以上，将来人口フレームを設定することが不可欠であるが，この場合，将来人口推計や人口構成の想定に誤りが生じる可能性をあらかじめ考慮しておくことが必要である．さらに，多くの地域計画の現場において，地域人口の維持を目的とした地域計画が策定されることが少なくない．地域政策が新たな産業誘致や人口増加をもたらすことにつながれば，地域計画の政策的意図が実現することになる．しかし，不幸にして所与の政策的意図が実現しなかった場合，結果的に誤った将来人口想定に基づいて策定した計画がもたらす帰結は，現在世代と将来世代が負担しなければならない．人口減少と高齢化が現実に進行しつつある現況において，人口構成の不変想定は一つの努力目標にすぎない．人口構成不変の想定に基づいた計画を策定する場合，仮に人口構成の想定シナリオが誤まった場合には，現在世代と将来世代がその結末を受け入れざるを得ないこともあらかじめ想定しておく必要がある．

本章では Myopic モデルと完全予見モデルの双方を用いて，異なった人口フレーム想定の下で求めた社会資本投資計画を求める．完全予見モデルは，計画者が将来の人口構成を正確に予測した場合における社会的に最適な社会資本投資計画を与える．一方，Myopic モデルを用いると，計画者が将来人口構成が不変である

(現実には人口構成は変動する) と想定した場合に実現する社会資本投資計画とその帰結を求めることができる．現実には，将来人口構成の想定結果には多様な誤差が介在する．Myopic モデルは人口構成が不変であるという極端なケースを想定しているが，本章のモデルを用いて人口構成の予測誤差が計画内容に及ぼす影響を分析することにより，人口構成のフレーム予測が完全予見モデルの場合よりも上方に外れた (人口減少，高齢化を過小に見積もった) 場合にもたらされる計画バイアスの一般的な傾向に関する知見を獲得することが可能となる．

地域計画の策定において人口構成の想定誤差を回避することは非常に困難である．人口構成に関するフレーム予測の不確実性に対処するためには，一般的に感度分析等を用いて不確実性の影響を緩和することが必要となる．地域計画の現場では，地域計画が必要とされる政策意図と関係して，人口構成の不変想定に基づいて計画案が作成される場合が多い．しかし，日本全体として人口減少と高齢化が進行しており，結果として人口構成の不変想定が誤りであることが判明する場合も少なくない．本章では，起こりうべき人口構成の想定誤差の多様性を捨象して，Myopic モデルを定式化することにより，人口構成の不変想定という誤ったフレーム設定を用いて地域計画を策定した場合に発生する計画バイアスに関する一般的な知見を獲得することを目的としている．このような知見により，地域計画において人口構成フレームの予測結果を用いる場合，予測結果の誤差がもたらす計画バイアスに関して留意すべき事項を整理することが可能となる．

2.3 モデルの定式化

2.3.1 前提条件

ある地域における動学的経済を考える．この地域は閉鎖経済であり，地域外との資金の貸借や財の取引は行われない．地域内には，民間資本と社会資本の 2 種類の資本が存在する．これらの資本は 1 期間で全て減耗する．生産活動により一

種類の財が生産される．この財を価値尺度財とする．生産活動は，民間資本と労働力を投入することによって行われる．また，社会資本には経済の生産性を高める生産力効果が存在する．政府は，所与の社会厚生関数を最大化するように長期的な計画を立案し，中央集権的に地域内の消費・投資活動を制御する．

人口動態は外生的に与えられ，地域の政策や経済活動の影響は受けない．地域内で活動する全ての家計は 2 期間生存する．各家計の 1 期目は若年期を表し，2 期目は老年期を表す．若年期の家計は労働力を持つが，老年期の家計は労働力を持たない．労働力の総供給量は，若年期の家計の総人口に常に一致する．高齢化社会における問題としては，税収が減少する一方で社会保障費が増加し，国の財政制約が厳しくなるという問題が議論されることが多い．この問題の原因の 1 つは，高齢者の労働生産性が勤労期の世代と比較して低下することにある．本章では，こうした高齢者の労働生産性の低下を簡便な形で表現するために，老年期の家計の労働生産性が 0 という仮定を置いている．ただし，この仮定から導かれるモデルの分析結果と同様の結果は，老年期の家計の労働生産性が若年期の家計よりも低いという仮定を採用する限りは，程度の差はあっても導かれると考えられる．人口減少，高齢化が進行する社会状況の下における社会資本投資計画を議論するためには，人口構成の通年的変化を明示的にモデル化することが必要となる．しかし，全ての家計の寿命が同一であり，かつ地域外との家計人口の転出入が無い場合には，高齢化のみが進展するという人口構成の変化を単独に表現することは不可能であり，総人口の減少と高齢化が同時に進行する社会しか表現することができない．この場合，将来人口の変化を捨象した静止的な人口構成を仮定して作成した計画案がもたらす計画バイアスを分析して明らかにしたとしても，そのバイアスが人口減少のために生じたものか，高齢化のために生じたものなのかを判別することができないという問題が発生する．この問題を解決するためには，

家計の生存期間の異質性を導入したり，地域外との人口の移動パターンをモデル化することが必要となるが，生存期間の異質性や移動パターンに関する仮定がモデルの分析結果に影響を及ぼす.

本章では，人口構成の移動パターンの特定化が分析結果に及ぼす影響を捨象し，人口減少，あるいは高齢化の進展が，世代間公平性に配慮した社会資本投資計画に与える影響を分析するために，以下のように不在家計の存在を仮定する．すなわち，この地域の経済には3つのタイプの家計が存在する．1つ目のタイプは，若年期には地域内で居住し，生産活動に参加するが，老年期には地域外で生活する家計である．このタイプの家計を，若年期のみ生存し，老年期には死亡するような家計と考えることも可能であり，本タイプの家計を想定することにより，生存期間の異質性を表現することが可能であると解釈することもできる．2つ目のタイプは，若年期には地域外で生活し，老年期には地域内で生活する家計である．3つ目のタイプは，若年期にも老年期にも地域内で生活する家計である．3つのタイプの家計を，それぞれタイプ e, i, l の家計と呼ぶ．タイプ e の家計は，資産も負債も持たない状態で地域外に移住する．タイプ i の家計は，資産も負債も持たない状態で地域内に移住する．同じタイプ，かつ，同じ世代に属する家計は，全ての点で同質的であり，全く同じ経済活動を行う．以下の分析で明らかにするように，このような不在家計の存在を仮定することにより，3つのタイプの家計数を明示的に特定化する必要がなくなる．すなわち，不在家計は，マクロなレベルでの若年期の人口と老年期の人口の推移を調整するために仮定されるものであり，ミクロなレベルでの家計の転出入が地域に与える影響を分析することを目的とするわけではない．後に述べるように，本章が定式化するモデルにおいては，若年期の人口と老年期の人口の推移が同じであれば，タイプ別の家計の人口の内訳が異なっていても，全く同一の分析結果が得られる．このように不在家計の存

在を仮定することにより，各タイプの家計のミクロな人口移動パターンには関心を払わず，若年期の人口と老年期の人口の推移にのみ関心を払うことが可能となる．その結果，ミクロな人口移動パターンを特定化することなく，マクロな人口構成の変化が社会資本投資計画に与える影響を同一の OLG モデルの枠組みの中で統一的に表現できるという利点が生まれる．**2.4.** および **2.5.** ではそれぞれ，人口減少社会，高齢化社会における社会資本投資計画の問題をとりあげるが，これらのケースは以下で定式化する社会的最適な社会資本投資計画を求めるモデルの特殊ケースとして位置づけられる．

2.3.2 経済モデル

無限遠の過去から無限遠の将来に続く離散時間軸 $-\infty, \cdots, t, \cdots, \infty$ を考える．t 期におけるタイプ x $(x = l, e, i)$ の若年期と老年期の人口をそれぞれ，N_t^{xy}，N_t^{xo} で表す．$\{N_t^{ly}, N_t^{ey}, N_t^{iy}\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は外生的に与えられる．全ての家計は確実に 2 期間生存するため，$t+1$ 期におけるタイプ x の老年期の人口は，t 期におけるタイプ x の若年期の人口に一致し，

$$N_{t+1}^{xo} = N_t^{xy} \qquad (x = l, e, i) \tag{2.1}$$

が成立する．

地域の生産活動に関する技術を，コブ＝ダグラス型の生産関数，

$$G^{\alpha_g} K^{\alpha_k} L^{1-\alpha_k} \tag{2.2}$$

で表現する．ここで，G は社会資本ストック，K は民間資本の生産活動への投入量，L は労働力の生産活動への投入量であり，α_k, α_g は，$\alpha_k > 0, \alpha_g > 0, \alpha_k + \alpha_g < 1$ を満たす定数である．民間資本と労働力は完全雇用され，かつ，労働力は若年期の家計の総人口に一致する．したがって，t 期の財の生産量 Y_t は，

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (N_t^{ly} + N_t^{ey})^{1-\alpha_k} \tag{2.3}$$

と表される．ここで，K_t, G_t はそれぞれ，t 期の民間資本ストックと社会資本ストックを表す．生産される財は価値尺度財であり，Y_t は地域内総生産に一致する．生産された財は消費と投資に使われ，

$$Y_t = C_t + I_t^k + I_t^g \tag{2.4}$$

が成立する．ここで，C_t は t 期における消費を，I_t^k は t 期における民間投資を，I_t^g は t 期における社会資本投資を表す．C_t は個々の家計の消費の総和であり，

$$C_t = N_t^{lo}c_t^{lo} + N_t^{io}c_t^{io} + N_t^{ly}c_t^{ly} + N_t^{ey}c_t^{ey} \tag{2.5}$$

が成立する．ここで，c_t^{xy}，c_t^{xo} $(x = l, i, e)$ はそれぞれ，t 期におけるタイプ x の若年期の家計の消費と，老年期の家計の消費を表す．民間資本と社会資本は 1 期間で全て減耗するため，$t+1$ 期の資本ストック K_{t+1}, G_{t+1} は，t 期における投資 I_t^k, I_t^g に一致する．

$$K_{t+1} = I_t^k \tag{2.6-a}$$

$$G_{t+1} = I_t^g \tag{2.6-b}$$

式 (2.3)–(2.5), (2.6-a), (2.6-b) は，それと等価な制約条件，

$$\begin{aligned}
& G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (N_t^{ly} + N_t^{ey})^{1-\alpha_k} \\
= \; & N_t^{lo}c_t^{lo} + N_t^{io}c_t^{io} + N_t^{ly}c_t^{ly} + N_t^{ey}c_t^{ey} + K_{t+1} + G_{t+1}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

に書き換えることができる．

2.3.3　家計効用と社会厚生関数

全ての家計の選好は同一の効用関数，

$$\ln(c^y) + \beta \ln(c^o) \tag{2.8}$$

で表されると考える．ここで，c^y，c^o はそれぞれ，家計の若年期の消費と老年期の消費を表す．定数 β $(0 < \beta < 1)$ は家計の効用の割引因子である．

式 (2.8) の効用関数を基に，政府の目的関数となる社会厚生関数を，ベンサム型の社会厚生関数 [2] により表現する．まず，t 期に生まれたタイプ x (l, e, i) の家計の生涯効用 μ_t^x を，

$$\mu_t^x = \ln(c_t^{xy}) + \beta \ln(c_{t+1}^{xo}) \qquad (x = l, e, i) \tag{2.9}$$

と表現する．地域外の消費活動 $\{c_t^{eo}, c_t^{iy}\}_{t=-\infty}^{\infty}$ は外生的に与えられ，この地域の経済活動の影響は受けないと考える．家計の生涯効用の流列 $\{\mu_t^l, \mu_t^e, \mu_t^i\}_{t=-1}^{\infty}$ を用いて，0 期における社会厚生関数 $\hat{W}_0$ を，

$$\hat{W}_0 = \sum_{t=-1}^{\infty} \beta^t (N_t^{ly} \mu_t^l + N_t^{ey} \mu_t^e + N_t^{iy} \mu_t^i) \tag{2.10}$$

と定義する．上式は，政府が，将来世代の厚生を割引因子 β を用いて割り引いて評価することを意味する．すなわち，家計の効用の割引率と，政府が用いる厚生の割引因子は等しいと仮定している．Calvo and Obstfeld[2] は，家計の効用の割引率と政府による厚生の割引率が異なる場合の分析を行っているが，割引率の異質性がモデルの結果に本質的な影響を及ぼさないことから，本章においては分析を簡単にするため，両者の割引率が一致すると仮定する．式 (2.9) を考慮し，式 (2.10) を

$$\begin{aligned}
\hat{W}_0 &= \sum_{t=-1}^{\infty} \beta^t [N_t^{ly}\{\ln(c_t^{ly}) + \beta \ln(c_{t+1}^{lo})\} + N_t^{ey}\{\ln(c_t^{ey}) + \beta \ln(c_{t+1}^{eo})\} \\
&\quad + N_t^{iy}\{\ln(c_t^{iy}) + \beta \ln(c_{t+1}^{io})\}] \\
&= \beta^{-1}\{N_{-1}^{ly} \ln(c_{-1}^{ly}) + N_{-1}^{ey} \ln(c_{-1}^{ey}) + N_{-1}^{iy} \ln(c_{-1}^{iy})\} \\
&\quad + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [N_{t-1}^{ly} \ln(c_t^{lo}) + N_{t-1}^{ey} \ln(c_t^{eo}) + N_{t-1}^{iy} \ln(c_t^{io}) + N_t^{ly} \ln(c_t^{ly}) \\
&\quad + N_t^{ey} \ln(c_t^{ey}) + N_t^{iy} \ln(c_t^{iy})]
\end{aligned} \tag{2.11}$$

と書き換える．上式に含まれる，1) 過去の消費 c_{-1}^{ly}, c_{-1}^{ey}，および，2) 地域外における消費 $\{c_t^{eo}, c_t^{iy}\}_{t=-1}^{\infty}$ は，0 期における政府が影響を及ぼすことが不可能である．また，これらの変数を含む項は，それ以外の変数を含む項から分離することが可能である．したがって，社会厚生関数 $\hat{W}_0$ からこれらの変数を含む項を消去することにより，新たな社会厚生関数 W_0 を

$$W_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [N_t^{lo} \ln(c_t^{lo}) + N_t^{io} \ln(c_t^{io}) + N_t^{ly} \ln(c_t^{ly}) + N_t^{ey} \ln(c_t^{ey})] \qquad (2.12)$$

と定義する．このように，式 (2.10) の形のベンサム型の社会厚生関数を採用した場合には，タイプ e と i の家計が地域外で行う消費に依存しない形式の社会厚生関数を導くことができる．

2.3.4 社会的最適化問題

0 期において，政府が社会的に最適な地域内の消費・投資計画を策定する問題を考える．政府は，将来の人口構成に関する予測 $\{N_t^{lo}, N_t^{io}, N_t^{ly}, N_t^{ey}\}_{t=0}^{\infty}$ の下で，式 (2.7) に示す消費・投資活動に関する制約条件を考慮し，社会厚生関数 W_0 を最大化するように消費・投資計画を作成する．このとき，政府が想定する社会的最適化問題は，

$$\max_{\{c_t^{lo}, c_t^{io}, c_t^{ly}, c_t^{ey}, K_{t+1}, G_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} W_0 \qquad (2.13\text{-a})$$

subject to

$$G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (N_t^{ly} + N_t^{ey})^{1-\alpha_k} = N_t^{lo} c_t^{lo} + N_t^{io} c_t^{io} + N_t^{ly} c_t^{ly} + N_t^{ey} c_t^{ey}$$
$$+ K_{t+1} + G_{t+1} \qquad (2.13\text{-b})$$

$$K_0, G_0 \ : \ \text{given} \qquad (2.13\text{-c})$$

と表される．最適化問題 (2.13-a)–(2.13-c) の解の 1 階の必要条件を導出する．式 (2.13-b) のラグランジュ乗数を $\beta^t\lambda_t$ と表せば，最適解の 1 階の必要条件は，

$$\lambda_t = \frac{1}{c_t^{xo}} \qquad (x = l, i) \tag{2.14-a}$$

$$\lambda_t = \frac{1}{c_t^{xy}} \qquad (x = l, e) \tag{2.14-b}$$

$$\lambda_t = \beta\lambda_{t+1}\alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g} K_{t+1}^{\alpha_k-1}(N_{t+1}^{ly} + N_{t+1}^{ey})^{1-\alpha_k} \tag{2.14-c}$$

$$\lambda_t = \beta\lambda_{t+1}\alpha_g G_{t+1}^{\alpha_g-1} K_{t+1}^{\alpha_k}(N_{t+1}^{ly} + N_{t+1}^{ey})^{1-\alpha_k} \tag{2.14-d}$$

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t\lambda_t K_{t+1} = 0 \tag{2.14-e}$$

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t\lambda_t G_{t+1} = 0 \tag{2.14-f}$$

に最適化問題の制約条件 (2.13-b) を加えたものとなる．式 (2.14-e)，(2.14-f) は横断性条件である．式 (2.13-b) および式 (2.14-a)–(2.14-d) は，より単純な数式に纏めることができる．まず，式 (2.14-a)，(2.14-b) より，

$$c_t^{lo} = c_t^{io} = c_t^{ly} = c_t^{ey} = \frac{1}{\lambda_t} \tag{2.15}$$

が成立する．すなわち，t 期の家計は全員，同額の消費を行うことが最適となる．式 (2.15) を式 (2.5) に代入すると次式を得る．

$$\frac{C_t}{N_t^{lo} + N_t^{io} + N_t^{ly} + N_t^{ey}} = \frac{1}{\lambda_t} \tag{2.16}$$

すなわち，λ_t は人口 1 人当たりの消費の逆数に等しい．以上の結果を用いると，式 (2.13-b)，(2.14-a)–(2.14-d) の必要条件を，以下のように整理できる．

$$G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} = C_t + K_{t+1} + G_{t+1} \tag{2.17-a}$$

$$\frac{1}{\beta}\frac{C_{t+1}}{C_t}\frac{N_t}{N_{t+1}} = \alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g} K_{t+1}^{\alpha_k-1} L_{t+1}^{1-\alpha_k} \tag{2.17-b}$$

$$\frac{1}{\beta}\frac{C_{t+1}}{C_t}\frac{N_t}{N_{t+1}} = \alpha_g G_{t+1}^{\alpha_g-1} K_{t+1}^{\alpha_k} L_{t+1}^{1-\alpha_k} \tag{2.17-c}$$

$$L_t = N_t^{ly} + N_t^{ey} \tag{2.17-d}$$

$$N_t = N_t^{lo} + N_t^{io} + N_t^{ly} + N_t^{ey} \tag{2.17-e}$$

ここで，L_t は t 期における地域内の総労働力（若年期の人口）を，N_t は t 期における地域内の総人口を表す．式 (2.17-a)–(2.17-e) から確認できるように，本章で定式化したモデルにおいては，政府が作成する社会的に最適な消費・投資計画は，若年期の人口と老年期の人口の推移にのみ依存し，タイプ別の家計の人口の内訳には依存しない．**2.3.1** でも述べたように，本章のモデルが持つこの特性のために，若年期の人口と老年期の人口の推移にのみ関心を払い，マクロな人口構成の変化が社会資本投資計画に及ぼす影響を分析することが可能となる．

2.3.5　社会的割引率と投資収益率の関係

式 (2.17-b)，式 (2.17-c) を

$$\frac{\lambda_t}{\beta\lambda_{t+1}} = \alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g} K_{t+1}^{\alpha_k - 1} L_{t+1}^{1-\alpha_k} \tag{2.18-a}$$

$$\frac{\lambda_t}{\beta\lambda_{t+1}} = \alpha_g G_{t+1}^{\alpha_g - 1} K_{t+1}^{\alpha_k} L_{t+1}^{1-\alpha_k} \tag{2.18-b}$$

と書き換える．ここに，$\beta^t \lambda_t$ は，t 期の財 1 単位の shadow price を表す．よって，式 (2.18-a)，式 (2.18-b) の左辺は，$t+1$ 期の財に対する t 期の財の相対的な価値を表している．すなわち，これらの式の左辺は，t 期における社会的割引率（+1）を表している．一方，式 (2.18-a) の右辺は，t 期の民間投資を 1 単位増やすことにより，$t+1$ 期の投資収益が何単位増加するかを表しており，t 期における民間投資の限界収益率（+1）を表している．同様に，式 (2.18-b) の右辺は，t 期の社会資本投資の限界収益率（+1）を表す．式 (2.18-a)，(2.18-b) は，社会的に最適な消費・投資計画の下では，社会的割引率と投資の限界収益率が等しくなることを意味しており，最適投資戦略が満足すべき Ramsey Rule[4] を表す．

2.4 人口減少社会

2.4.1 前提条件

本節では，人口減少社会において，人口構成の不変想定がもたらす計画バイアスに分析の焦点を絞るために，総人口に占める高齢者の割合 (高齢化率) が一定に維持されたまま，総人口が一定割合で減少していくような人口動態を考える．現実的には，一定の人口減少率で人口が減少していくということは生じにくいと考えられるが，本研究では，静止的な人口構成の想定に基づく計画の計画バイアスをわかりやすい形で示すために，人口減少率一定という単純な状況を考える．以下では，まず完全予見モデルの下での消費・投資パターンを考える（Case a-1）．次に，Myopic モデルの下での 0 期の消費・投資パターンを考える（Case a-2）．最後に，2 つのモデルの下での 0 期の消費・投資パターンを比較し，総人口の不変想定がもたらす計画バイアスを分析する．なお，Myopic モデルの下で，実際の人口構成の推移が，0 期に想定されていたものと異なることが明らかになった際には，0 期に作成された計画は最適なものではなくなる．この際には，政府は将来の人口構成に関する予測をやり直し，その上で再び最適な計画を作成することが可能である．ただし，本研究では 0 期の消費・投資パターンのみに着目するため，このような計画の変更は明示的に考えない．

2.4.2 人口動態

時間軸上の各時点において，老年期の人口は常に若年期の人口の p $(p > 0)$ 倍であると仮定する．

$$N_t^{lo} + N_t^{io} = p(N_t^{ly} + N_t^{ey}) \tag{2.19}$$

式 (2.19) は，総人口に占める高齢者の割合 (高齢化率) が通時的に一定であることを意味する．また，総人口は $1/n - 1$ $(n < 1)$ の割合で減少すると仮定する．この

時，次式が成立する．

$$N_t^{lo} + N_t^{io} + N_t^{ly} + N_t^{ey} = n^t(N_0^{lo} + N_0^{io} + N_0^{ly} + N_0^{ey}) \tag{2.20}$$

式 (2.19) と式 (2.20) により，高齢化率が一定に維持されたまま，人口が一定割合で減少していく人口動態が表現される．式 (2.19) と式 (2.20) を用いると，若年期の人口の推移に関する次の式を導くことができる．

$$N_t^{ly} + N_t^{ey} = n^t(N_0^{ly} + N_0^{ey}) \tag{2.21}$$

この式は，若年期の人口も総人口と同様に $1/n - 1$ の割合で減少することを意味する．式 (2.19) と式 (2.20) を満たすような人口構成の流列 $\{N_t^{lo}, N_t^{io}, N_t^{ly}, N_t^{ey}\}_{t=0}^{\infty}$ は多様に存在するが，たとえばその一例として，流列，

$$N_t^{ly} = n^t N_0^{ly} \tag{2.22-a}$$

$$N_t^{lo} = n^{t-1} N_0^{ly} \tag{2.22-b}$$

$$\begin{cases} N_t^{io} = n^t \left(p - \frac{1}{n}\right) N_0^{ly}, N_t^{ey} = 0 & (p \geq \frac{1}{n}) \\ N_t^{io} = 0, N_t^{ey} = n^t \left(\frac{1}{np} - 1\right) N_0^{ly} & (p < \frac{1}{n}) \end{cases} \tag{2.22-c}$$

が該当する．

2.4.3　完全予見モデルの下での消費・投資 (Case a-1)

政府が式 (2.19),(2.20) を満足するような人口構成の変化を想定して計画を策定する場合を考える．0 期において政府が最適計画を策定する問題を考える．t 期における最適な民間投資と社会資本投資を K_{t+1}^*, G_{t+1}^* とするとき，K_{t+1}^*, G_{t+1}^* と Y_t の間に以下の関係が成立すると仮定する．

$$K_{t+1}^* = s_k Y_t = s_k G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.23-a}$$

$$G_{t+1}^* = s_g Y_t = s_g G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.23-b}$$

ここで，s_k, s_g は定数である．すなわち，地域内総生産 Y_t のうち，一定の割合を民間資本と社会資本に対する投資に投入するのが最適になると仮定する．後に，最適解においてこの仮定が満たされることを確認する．

式 (2.17-a), (2.23-a), (2.23-b) より，t 期の最適消費 C_t^* は，

$$\begin{aligned} C_t^* &= (1 - s_k - s_g)Y_t \\ &= (1 - s_k - s_g)G_t^{\alpha_g}K_t^{\alpha_k}L_t^{1-\alpha_k} \end{aligned} \tag{2.24}$$

と表される．式 (2.24) を式 (2.17-b) に代入すると，

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\beta}\frac{(1 - s_k - s_g)G_{t+1}^{\alpha_g}K_{t+1}^{\alpha_k}L_{t+1}^{1-\alpha_k}}{(1 - s_k - s_g)G_t^{\alpha_g}K_t^{\alpha_k}L_t^{1-\alpha_k}}\frac{N_t}{N_{t+1}} \\ &= \alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g}K_{t+1}^{\alpha_k-1}L_{t+1}^{1-\alpha_k} \\ \Leftrightarrow\quad &\frac{1}{\beta}\frac{K_{t+1}}{G_t^{\alpha_g}K_t^{\alpha_k}L_t^{1-\alpha_k}}\frac{N_t}{N_{t+1}} = \alpha_k \end{aligned} \tag{2.25}$$

を得る．さらに，式 (2.23-a) を代入すると次式を得る．

$$\frac{1}{\beta}s_k\frac{N_t}{N_{t+1}} = \alpha_k \tag{2.26}$$

式 (2.20) で定式化した人口構成の変化パターンより，$N_t/N_{t+1} = 1/n$ が成立するので，式 (2.26) は，

$$s_k = \alpha_k\beta n \tag{2.27}$$

と整理できる．同様に，s_g に関して

$$s_g = \alpha_g\beta n \tag{2.28}$$

が成立する．以上より，t 期の最適な消費・投資は，

$$C_t^* = [1 - (\alpha_k + \alpha_g)\beta n]G_t^{\alpha_g}K_t^{\alpha_k}L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.29-a}$$

$$K_{t+1}^* = \alpha_k\beta n G_t^{\alpha_g}K_t^{\alpha_k}L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.29-b}$$

$$G_{t+1}^* = \alpha_g\beta n G_t^{\alpha_g}K_t^{\alpha_k}L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.29-c}$$

と表される．人口減少社会における社会的に最適な消費・投資計画は式 (2.29-a)–(2.29-c) で記述できる．

2.4.4 Myopic モデルの下での消費・投資 (Case a-2)

実際の人口動態が式 (2.19),(2.20) により表されるにもかかわらず，現在の人口構成が将来も維持されるという想定の下に政府が計画を作る場合を考える．再び，0 期において計画案を作成する場合をとりあげる．この計画は，1 期が到来した時点で変更されるため，0 期の消費と投資のみを考える．政府により策定される 0 期の計画は，Case a-1 のモデルにおいて $n = 1$ とした場合に該当する．よって，この計画の下での 0 期の消費 C_0^{**} と投資 K_1^{**}, G_1^{**} は，

$$C_0^{**} = [1 - (\alpha_k + \alpha_g)\beta] G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k} L_0^{1-\alpha_k} \tag{2.30-a}$$

$$K_1^{**} = \alpha_k \beta G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k} L_0^{1-\alpha_k} \tag{2.30-b}$$

$$G_1^{**} = \alpha_g \beta G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k} L_0^{1-\alpha_k} \tag{2.30-c}$$

と表される．Case a-1 と Case a-2 の各ケースにおける 0 期の最適消費・投資パターン C_0^*, K_1^*, G_1^* と $C_0^{**}, K_1^{**}, G_1^{**}$ を比較すると，総人口の不変想定の下に計画が作られる場合 (Case a-2) は，正確な人口構成の予測の下に計画が作られる場合 (Case a-1) よりも，0 期における消費が減り，0 期の投資が増えることが理解できる．すなわち，総人口一定の仮定は，過大な社会資本投資をもたらすことになる．

この結果が生じた理由は，投資の限界収益率を用いて説明できる．t 期の社会資本投資の限界収益率は，式 (2.18-b) の右辺により与えられる．式 (2.18-b) の右辺より，0 期の社会資本投資の限界収益率は，0 期の社会資本投資 G_1 の減少関数であり，1 期の労働力 L_1 の増加関数である．最適な 0 期の社会資本投資は，社会的割引率と社会資本投資の限界収益率が等しくなる点で与えられる．0 期の社会的割引率を所与とすれば，0 期の最適な社会資本投資は 1 期の労働力の増加関数

となる．総人口の不変想定の下では，正確な人口構成の予測の下よりも，1 期の労働力が多いため，0 期における社会資本投資が最適水準よりも増加する．

なお，以上の議論では，0 期の社会的割引率を所与としたが，実際には，社会的割引率は両ケースで異なり，Case a-1 の方が低い．以下ではこのことを確認する．まず，正確な人口構成の予測の下に計画が作られる場合 (Case a-1) の，0 期の社会資本投資の限界収益率（社会的割引率に一致する）を r_0^* とすると，

$$\begin{aligned} 1 + r_0^* &= \alpha_g G_{t+1}^{\alpha_g - 1} K_{t+1}^{\alpha_k} L_{t+1}^{1-\alpha_k} \\ &= \alpha_k^{\alpha_k} \alpha_g^{\alpha_g} \frac{(L_0^{1-\alpha_k})^{\alpha_k+\alpha_g}}{(\beta G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k})^{1-\alpha_k-\alpha_g}} n^{\alpha_g} \end{aligned} \tag{2.31}$$

が成立する．以上の導出過程において，式 (2.21) より，$L_1/L_0 = n$ が成立することを用いていることを断っておく．また，総人口の不変想定の下に計画が作られる場合 (Case a-2) の，0 期の社会的割引率を r_0^{**} とすると，この値は，$n = 1$ のときの r_0^* の値に等しいので，

$$1 + r_0^{**} = \alpha_k^{\alpha_k} \alpha_g^{\alpha_g} \frac{(L_0^{1-\alpha_k})^{\alpha_k+\alpha_g}}{(\beta G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k})^{1-\alpha_k-\alpha_g}} \tag{2.32}$$

が成立する．$n < 1$ であるから，0 期の社会的割引率は Case a-1 の方が Case a-2 よりも低い．この結果が生じた理由は，本章が用いる生産関数 (2.2) が，労働力と資本ストックに対して収穫逓増を示すことにある．このような収穫逓増の生産技術を持つ動学的経済においては，地域内の労働力の規模 L が大きいほど，労働力一単位当たりの財の生産量 Y/L が長期的に増加することが知られている [5]．よって，1 期の労働力 L_1 が少ないと，労働者一人当たりの財の生産量 Y_1/L_1 が低下するため，1 期の人口一人当たりの消費 C_1/N_1 も減少する．そして，**1.4.3** で見たように，将来の一人当たり消費が少ない場合，社会的割引率は低くなる．よって，想定される 1 期の労働力 L_1 が Case a-2 よりも少ない Case a-1 においては，社会的割引率も低下する．ただし，想定される 1 期の労働力の低下による投資収益率

の減少の方が，社会的割引率の減少よりも大きいため，社会資本投資も Case a-1 の方が少なくなる．

2.4.5 計画的含意

以上の分析より，総人口の不変想定の下で作成した計画は，現在世代が考える社会厚生関数を用いて定義される社会的最適解よりも過大な社会資本投資をもたらすことになる．この計画バイアスは現在世代の消費を減らす結果，現在世代の厚生を減らす．その一方で，このバイアスは社会資本投資を増やす結果，将来の経済の生産性を高めることにより，将来世代の厚生には正の影響を及ぼす．すなわち，このバイアスのもたらす悪影響は，計画の作成主体である現在世代にのみ生じるものであり，将来世代にはむしろ好ましい帰結をもたらす．当然のことながら，このことは総人口の不変想定を正当化するものではない．将来世代の厚生に対してより大きな配慮をすることが求められる場合，社会厚生関数の是非に関する議論が必要となることは言うまでもない．こうした議論においては，世代間公平性に関する多側面からの検討が必要である．

また，以上の分析より，将来の人口減少を考慮した上で，現在世代が考える社会厚生関数を最大化する計画を作成するためには，人口構成の不変想定に基づいて定義される社会的割引率（式 (2.32)）よりも低い社会的割引率（式 (2.31)）を用いる必要があることが示された．将来の人口減少を考慮する一方で，人口減少社会到来以前に定められた社会的割引率を固定的に用いて社会資本投資事業の経済評価を行うことは，将来の労働力の減少による生産性の低下を無視して計画を作ることに繋がる．その結果，社会的に最適な水準よりも過少な投資を招くことになり，将来世代の厚生が損なわれることになる．現在世代が規定する世代間公平性の規範から見て最適な計画を作成するためには，制度的に定められた固定値を社会的割引率として用いるのではなく，その規範に基づいて導出される社会的

割引率を用いる必要がある．

2.5 高齢化社会

2.5.1 前提条件

本節では，高齢化社会において，高齢化率の不変想定がもたらす計画バイアスを分析する．ここでは，高齢化がもたらす効果に分析の焦点を絞るために，総人口が一定に維持されたまま，若年期の人口が一定割合で減少していくような状況を考える．このような単純な状況を考える理由は，**2.4.** と同様に，静止的な人口構成の想定に基づく計画のもたらすバイアスをわかりやすい形で示すことにある．分析の流れは **2.4.** と同様である．まず，完全予見モデルの下での消費・投資パターンを考える（Case b-1）．次に，Myopic モデルの下での 0 期の消費・投資パターンを考える（Case b-2）．最後に，2 つのモデルの下での 0 期の消費・投資パターンを比較し，高齢化率の不変想定がもたらす計画バイアスを分析する．

2.5.2 人口動態

総人口が一定のまま，若年期の人口が一定の割合で減少していく社会を定式化するうえでは，タイプ e の家計は不要である．よって，本節の分析では，時間軸上の各時点において常に $N_t^{ey} = 0$ が成立すると考える．まず，時間軸上の各時点において，総人口は 1 であると仮定する．

$$N_t^{lo} + N_t^{io} + N_t^{ly} = 1 \tag{2.33}$$

また，高齢化の進展により，若年期の人口は $1/\pi - 1$ $(\pi < 1)$ の割合で減少していくと仮定する．

$$N_t^{ly} = \pi^t N_0^{ly} \tag{2.34}$$

ただし，N_0^{lo} が負になることを防ぐため，$N_0^{ly}(1+1/\pi) \leq 1$ が成立すると仮定する．式 (2.33) と式 (2.34) により，総人口が一定に維持されたまま，若年期の人口が一定割合で減少していく人口動態が定式化される．式 (2.33) と式 (2.34) より，N_t^{lo} と N_t^{io} は一意に定まる．

$$N_t^{lo} = \pi^{t-1} N_0^{ly} \tag{2.35-a}$$

$$N_t^{io} = 1 - \pi^{t-1}(1+\pi) N_0^{ly} \tag{2.35-b}$$

2.5.3 完全予見モデルの下での消費・投資 (Case b-1)

政府が式 (2.33), (2.34) を満足する人口構成の変化を想定して計画を策定する場合を考える．**2.3.** で導出した最適な消費・投資に関する必要条件と，式 (2.33), (2.34) により表される人口動態を基にして，0 期における政府の最適計画を導出する．なお，**2.4.** で導出した式 (2.23-a)–(2.26) を，以下の議論においても用いることを断っておく．式 (2.33) で示した人口動態の仮定より，$N_t/N_{t+1} = 1$ が成立するため，式 (2.26) は,

$$s_k = \alpha_k \beta \tag{2.36}$$

と整理できる．同様に，s_g に関して

$$s_g = \alpha_g \beta \tag{2.37}$$

が成立する．以上より，t 期の最適な消費・投資は,

$$C_t^* = [1 - (\alpha_k + \alpha_g)\beta] G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.38-a}$$

$$K_{t+1}^* = \alpha_k \beta G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.38-b}$$

$$G_{t+1}^* = \alpha_g \beta G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \tag{2.38-c}$$

と表される．高齢化社会における社会的に最適な消費・投資計画は式 (2.38-a)–(2.38-c) で記述できる．

2.5.4　Myopic モデルの下での消費・投資 (Case b-2)

実際の人口動態が式 (2.33), (2.34) により表されるにもかかわらず，現在の人口構成が将来も維持されるという想定の下に政府が計画を作る場合を考える．政府により策定される 0 期の計画は，Case b-1 のモデルにおいて $\pi = 1$ とした場合に該当する．よって，この計画の下での 0 期の消費 C_0^{**} と投資 K_1^{**}, G_1^{**} は，

$$C_0^{**} = [1 - (\alpha_k + \alpha_g)\beta] G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k} L_0^{1-\alpha_k} \tag{2.39-a}$$

$$K_1^{**} = \alpha_k \beta G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k} L_0^{1-\alpha_k} \tag{2.39-b}$$

$$G_1^{**} = \alpha_g \beta G_0^{\alpha_g} K_0^{\alpha_k} L_0^{1-\alpha_k} \tag{2.39-c}$$

と表される．Case b-1 と Case b-2 の各ケースにおける 0 期の最適消費・投資パターン C_0^*, K_1^*, G_1^* と $C_0^{**}, K_1^{**}, G_1^{**}$ を比較すると，高齢化率の不変想定の下に計画が作られる場合 (Case b-1) と，正確な人口構成の予測の下に計画が作られる場合 (Case b-2) では，0 期において同じ消費と投資が行われることが理解できる．

2.4. と同様に，投資の限界収益率と社会的割引率の関係を用いてこの結果を考察する．**2.4.** でも述べたように，0 期の社会的割引率を所与とすれば，0 期の最適な社会資本投資は 1 期の労働力の増加関数となる．よって，0 期の社会的割引率が所与の定数であると仮定すると，高齢化率の不変想定下では，正確な人口構成の予測下よりも 1 期の労働力が多いため，0 期における社会資本投資も多くなることになる．しかし，実際には，G_1^* と G_1^{**} の間には差異が存在しない．この結果は，Case b-1 において用いられる 0 期の社会的割引率が，Case b-2 において用いられる 0 期の社会的割引率よりも低いことを意味する．以下では，実際にそのような社会的割引率の大小関係が成立することを確認する．まず，正確な人口構成の予測の下に計画が作られる場合 (Case b-1) の，0 期の社会的割引率を r_0^* とす

ると，

$$
\begin{aligned}
1+r_0^* &= \alpha_g G_{t+1}^{\alpha_g-1} K_{t+1}^{\alpha_k} L_{t+1}^{1-\alpha_k} \\
&= \alpha_k^{\alpha_k}\alpha_g^{\alpha_g}\frac{(L_0^{1-\alpha_k})^{\alpha_k+\alpha_g}}{(\beta G_0^{\alpha_g}K_0^{\alpha_k})^{1-\alpha_k-\alpha_g}}\pi^{1-\alpha_k} \qquad (2.40)
\end{aligned}
$$

が成立する．以上の導出過程において，式 (2.34) より，$L_1/L_0=\pi$ が成立することを用いていることを断っておく．また，高齢化率の不変想定の下に計画が作られる場合 (Case b-2) における 0 期の社会的割引率を r_0^{**} とすると，この値は，$\pi=1$ のときの r_0^* の値に等しいので，

$$
1+r_0^{**} = \alpha_k^{\alpha_k}\alpha_g^{\alpha_g}\frac{(L_0^{1-\alpha_k})^{\alpha_k+\alpha_g}}{(\beta G_0^{\alpha_g}K_0^{\alpha_k})^{1-\alpha_k-\alpha_g}} \qquad (2.41)
$$

が成立する．$\pi<1$ であるから，Case b-1 の 0 期における社会的割引率は，Case b-2 の 0 期における社会的割引率よりも低くなることが確認できる．この結果が生じた理由の一つは，**2.4.** でも述べたように，この地域の生産技術が収穫逓増を示すため，1 期の労働力が少ないと，労働者一人当たりの財の生産量が低下することである．もう一つの理由は，本節の人口動態においては，労働力が減少するのに対して総人口は減らないため，1 期の労働力が少ないと，人口一人当たりの財の生産量が低下することである．将来の一人当たり消費が少ない場合，社会的割引率は低くなるため，想定される 1 期の労働力 L_1 が Case a-2 よりも少ない Case a-1 においては，社会的割引率も低下する．そして，想定される 1 期の労働力の低下による投資収益率の減少と，社会的割引率の減少がちょうど釣り合うため，社会資本投資は両ケースにおいて等しくなる．

2.5.5 計画的含意

以上の分析より，将来の人口の高齢化を考慮しない計画の下では，将来の人口の高齢化を考慮した計画の下と同じ社会資本投資が行われることが示された．す

なわち，高齢化率の不変想定の下に作成された計画には，計画バイアスが生じない．この結果が生じた理由は，二つのバイアスの相殺の結果として解釈できる．一つ目のバイアスは，将来の労働力の供給量が過大に見積もられるために，社会的に最適な水準よりも過大な社会資本投資がなされるというバイアスである．これは，将来の人口減少を考慮しない計画の下で生じるバイアスと同様のものである．二つ目のバイアスは，将来の勤労世代による，高齢者の消費を支えるための負担が過少に見積もられるために，社会的に最適な水準よりも過少な社会資本投資がなされるというバイアスである．本章のモデルが設定した前提条件の下では，この 2 つのバイアスがちょうど相殺し合う結果として，将来の高齢化を考慮しない計画のバイアスが観察されなくなっている．もちろん，本章とは異なる前提条件の下では，2 つのバイアスがちょうど相殺される保証は無いため，社会的に最適な水準とは異なる投資が行われる可能性がある．例えば，現在世代が考える社会厚生関数が，本章で定式化したものよりも世代間の消費の公平性を重視する場合には，二つ目のバイアスが大きくなるため，高齢化率の不変想定に基づく計画には，過少な投資を行うバイアスが生じうる．

また，以上の分析より，将来の人口の高齢化を考慮した上で，現在世代が考える社会厚生関数を最大化する計画を作成するためには，人口構成の不変想定に基づいて定義される社会的割引率（式 (2.41)）よりも低い社会的割引率（式 (2.40)）を用いる必要があることが示された．将来の人口の高齢化を考慮する一方で，高齢化社会到来以前に定められた社会的割引率を固定的に用いて社会資本投資事業の経済評価を行うことは，将来の労働力の減少による生産性の低下を無視するのみならず，高齢者を支えるための将来の勤労世代の負担を過少に見積もって計画を作ることに他ならない．その結果，社会的に最適な水準よりも過少な投資を招くことになり，将来世代の厚生が損なわれる．この結果は，前節で分析した人口

減少社会における分析結果と同様のものである．ただし，高齢化社会において固定的な社会的割引率を用いる場合，将来の人口の高齢化を考慮すると，かえって社会厚生を悪化させる社会資本投資計画が作成される可能性があるため，特に注意を払う必要性が高いと言える．

2.6 人口構成の不変想定と計画論的帰結

2.4. と **2.5.** の分析結果より，人口減少社会における総人口の不変想定に基づいた計画には，現在世代が考える社会厚生関数を用いて定義される社会的最適解よりも過大な社会資本投資がなされるという計画バイアスが存在すること，そして，本章のモデルが設定した前提条件の下では，高齢化社会における高齢化率の不変想定に基づいた計画にはバイアスが存在しないことが示された．また，人口減少や高齢化の進行を考慮した上で，固定的な社会的割引率を用いて社会資本投資事業の評価を行うと，過小な社会資本投資をもたらすことが示された．

以上の知見より，地域計画において人口構成フレームの予測結果を用いる場合，以下の事項に留意する必要があると言える．まず，人口構成フレーム予測が将来の人口減少を過小に見積もっている場合，社会的に最適な水準よりも過大な社会資本投資が行われる可能性がある．これは将来世代の厚生の観点からは好ましい結果をもたらすが，現在世代の厚生には負の影響を及ぼす．したがって，人口減少を過小に見積もる可能性のある人口構成フレーム予測を採用する場合には，社会資本投資の費用を負担する現在世代の間で十分な合意形成を図る必要がある．現在世代の間で合意形成がなされた場合には，仮に実際の人口推移が予測を下回ったとしても，将来世代に不利益が生じることは無いため，世代間の合意形成の観点からの問題は生じにくいと考えられる．次に，人口構成フレーム予測が将来の高齢化を過小に見積もっている場合には，人口減少を過小に見積もった場合

とは異なり，社会資本の投資水準に関する計画バイアスは生じにくいと考えられる．したがって，地域計画の策定に当たり，社会資本の投資水準を決定する場合には，将来の総人口の推移のみに関するフレーム予測を用いても，問題は生じにくいと考えられる．ただし，具体的な社会資本投資政策の内容に関する計画を作成するためには，将来の高齢化の進行に関するフレーム予測も必要になると考えられる．この際には，高齢化の進行を予測する人口フレームを採用し，固定的な社会的割引率を用いて公共投資に対する経済評価を実施した場合，公共事業の過小評価につながる危険性がある．年齢構成を含めた人口構成フレーム予測を用いて地域計画を策定する際には，適切な社会的割引率の設定に関する議論も必要になると言える．高齢化の進展が公共事業の経済便益に及ぼす影響に関しては，これまで研究が蓄積されておらず，今後に残された大きな課題であると考える．

また，世代間公平性に配慮して社会的割引率の調整が行われる場合，社会資本投資計画が将来の人口構成の想定に関する影響を受けにくくなると言うことができる．人口減少や高齢化が進行するという想定の下では，生産活動の縮小に伴い，社会資本が将来に生み出す便益の大きさも低下する．しかし，この際には同時に，規模の経済を生かせなくなることによる将来の生産性の低下や，高齢者を支えるための将来の勤労世代の負担を考慮して，社会的割引率の引き下げが行われる．その結果，社会的に最適な社会資本投資の水準の低下が抑えられる．逆に，過去に定められた社会的割引率を固定的に用いて社会資本投資事業の評価を行うと，このような調整がなされないため，想定される将来の人口構成に応じて社会資本投資の水準，そして，将来世代の厚生が大きな影響を受けるようになる．このように，世代間公平性に配慮した社会的割引率の調整には，将来の人口構成の想定が社会資本投資計画や将来世代の厚生に及ぼす影響を小さくするという効果が存在する．この効果は，将来の人口構成に関して不確実性が大きい環境において，

社会的割引率の調整が持つ一つの有用な特徴であると考えられる．

なお，特に地域レベルの計画作成の現場においては，将来の人口構成を正確に予測することは困難であり，一定の予測誤差が存在するという前提の下に計画を作成せざるを得ない．このような状況においては，本章で行った分析とは異なり，将来の人口構成の不確実性を考慮して計画が作成されることになる．この際，将来の人口構成の推移として，平均的なパスが確定的に実現するという想定の下に作成される計画は，一般に社会的に最適なものとはならない．平均的なパスとは異なる人口構成の推移が実現すれば，将来世代が不利益を被る可能性がある．予測誤差に由来するこうした帰結の不確実性を考慮すると，現在世代が考える社会厚生関数がリスク回避的である場合には，平均的な人口構成推移のパスが確定的に実現するときの最適な計画とは異なる計画が社会的に最適となる可能性がある．また，地域内の経済活動が人口構成の推移に影響を及ぼす場合には，そうでない場合に最適な計画とは異なる計画が社会的に最適となる可能性がある．したがって，これらの状況において人口構成の不変想定に基づいて作成される計画バイアスは，本章で分析したものとは異なったものになる可能性がある．これらの状況における計画バイアスの分析は本研究の範囲を超えており，今後の課題としたい．

2.7 結言

本章は，将来の人口構成の変化を考慮せずに作成した計画がもたらすバイアスについて分析を試みた．2 世代 OLG モデルで表現される動学的経済モデルにおいて，Calvo 型社会厚生関数を最大化する社会資本投資計画を分析した．分析により，以下のような知見を得た．まず，将来の人口減少を考慮しない計画には，社会的に最適な水準よりも過大な社会資本投資が行われるという計画バイアスが存在する．過大な社会資本投資は計画主体である現在世代の厚生低下を招くが，逆

に将来世代には好ましい帰結をもたらす．次に，本章のモデルの前提条件が成立する範囲の中では，高齢化を考慮しない計画は計画バイアスをもたらさない．最後に，人口減少や高齢化の進行を考慮した上で，固定的な社会的割引率を用いて社会資本投資事業の評価を行うと，過小な社会資本投資をもたらすというバイアスが発生する．また，世代間公平性に配慮した社会的割引率の調整には，将来の人口構成の想定が，社会資本投資計画や将来世代の厚生に及ぼす影響を小さくするという効果が存在する．

地域計画の作成に携わる責任者は，現在の人口構成が一定に維持されるというシナリオの下に計画を作成する場合には，以上のような計画バイアスが生じる可能性があることを認識しておく必要がある．社会的最適性を規定する社会的厚生関数は，計画主体である現在世代が定義するものであり，世代間公平性に関する議論は多方面から検討する必要がある．

本章の研究にはいくつかの課題が残されており，今後，解決していく必要がある．第 1 に，本章では，中央集権的な政府が地域内の消費・投資活動を直接的に制御する状況を想定した．しかし現実には，家計消費や民間投資は，家計や企業といった民間主体の意思決定により定まるものであり，政府はこれらの活動には間接的な影響しか及ぼせない．さらに，民間主体の意思決定においては，民間主体が持つ将来の人口構成に関する予測が重要な役割を果たす．この民間主体の人口構成に関する予測が，政府による予測と一致する保証は無い．しかし，政府の想定する人口構成フレームや政府の公表する計画は，民間主体の人口構成に関する予測を変化させ，これを通じて民間主体の行動に影響を与えると考えられる．すなわち，計画には民間主体の予測の変化を通じて経済・社会環境に影響を与えるという効果が存在すると考えられる．計画の持つこうした効果を考慮した上で，人口構成フレームの予測誤差がもたらす計画バイアスを分析する必要がある．そ

のためには，民間主体の将来の人口構成に関する予測の形成過程を明示的にモデル化した分権的モデルが必要となる．第2に，本章では中央集権的な政府を想定したため，政府は地域住民の所得の範囲内で社会資本投資の水準を自由に決定でき，かつ，公債を発行する必要も存在しなかった．しかし現実には，政府の徴収可能な租税額には限度が存在するため，社会資本投資の水準によっては，政府は公債を発行する必要が生じる．この際，人口構成フレームの予測誤差は，政府の将来の債務返済計画に影響を及ぼすことになる．したがって，人口構成フレームの予測誤差は，政府の債務返済計画に対して計画バイアスを生じさせ，将来の地域住民の厚生に影響を及ぼすことになる．こうした計画バイアスを分析するために，政府の財政制約を明示的に考慮した分析を行う必要がある．第3に，本章では，地域外との家計の移動が外生的に与えられる状況を分析したが，現実には，家計は複数の異なる地域の社会・経済活動や，各地域で公表される計画の内容を考慮して居住地選択を行うと考えられる．ここで，各地域で計画の作成に関わる計画者が，自らの地域の住民の厚生のみを考慮して計画を作成すると仮定すると，これらの計画者達は住民の誘致を狙い，他の地域の公表する計画を考慮しつつ，戦略的に計画を作成すると考えられる．また，計画者は住民の選好を完全に把握できないため，住民の居住地選択や，計画が住民の居住地選択に与える影響を完全予見することはできない．よって，そこでは人口構成フレームの予測誤差がもたらす計画バイアスも生じうる．このように複数の計画者が戦略的に計画を作成する状況における計画バイアスや，計画者達を協調させることによる社会厚生の改善について分析する必要がある．そのためには，住民の居住地選択行動や計画者の目的，計画者の入手可能な家計の選好に関する情報を明示的に表現したモデルが必要となる．第4に，本章では，社会資本を1種類のストック変数として扱い，社会資本投資政策として社会資本への投資総額のみを考えた．しかし，現実

の社会資本投資政策においては，多様な社会資本に対する予算配分も重要な問題となる．この予算配分を決定する際には，将来の総人口だけではなく，将来の年齢構成も考慮する必要があると考えられる．したがって，年齢構成を含めた人口構成フレームの予測誤差は，社会資本に対する予算配分に計画バイアスをもたらすと考えられる．このようなバイアスについて分析するために，役割の異質性に応じて社会資本を分類したモデルが必要となる．

参考文献

[1] 内閣府：平成 23 年版　高齢社会白書，2011.

[2] Calvo, G.A. and Obstfeld, M.: Optimal Time-Consistent Fiscal Policy with Finite Lifetimes, *Econometrica*, Vol.56, No.2, pp.411-432, 1988.

[3] Heal, G.M.: *The Theory of Economic Planning*, North-Holland, Amsterdam, 1973.

[4] Ramsey, F.P.: A Mathematical Theory of Saving, *The Economic Journal*, Vol.38, No.152, pp.543-559, 1928.

[5] Romer, D.: *Advanced Macroeconomics Fourth Edition*, McGraw-Hill, 2012.

第3章　動学的社会資本投資政策と長寿命化便益

3.1　緒言

現在，日本では既設の社会資本の老朽化が進行しており，今後は社会資本の更新費用が増加していく．このような状況の中で，社会資本の維持管理と更新を効率的に行いながら，必要な社会資本の新規投資を実施するための総合的な政策が必要である．とりわけ，社会資本の損傷が軽微なうちに補修を行う予防保全的維持管理を実施し，社会資本の老朽化を遅らせることにより，社会資本の寿命を延ばすことができる長寿命化投資（長寿命化事業）の重要性が指摘されている．

社会資本の長寿命化の直接的な便益は，個々の社会資本の更新時期を遅らせることにより，ライフサイクル費用の低減をもたらすことである．この便益は，ミクロな視点から見た場合の長寿命化投資の便益と言える．本章では，マクロな視点から見ると，社会資本の長寿命化投資には，1) ストック効果，2) 平準化効果という 2 種類の経済便益が存在することを指摘する．社会資本の経済的寿命が存在しなければ，長寿命化投資により社会資本の供用年数が増加し，結果的に更新費用も考慮にいれたライフサイクル費用の低減 (ライフサイクル費用低減効果) をもたらす．ライフサイクル費用の低減による資源の節約は，民間投資と社会資本投資を増加させ，結果的に将来の家計消費の増加をもたらす (ストック効果)．また，過去の特定の時点において集中的に社会資本整備を行った経済では，将来時点において社会資本の更新時期が周期的に集中する可能性がある．社会資本更新

の集中する世代が更新費用を負担する場合，世代間不公平の問題が発生する．長寿命化投資により，社会資本更新時期の平準化が達成できれば，世代間の不公平を緩和できるという効果 (平準化効果) が現れる．本章では，社会資本の劣化過程をマルコフ連鎖モデルにより表現する．長寿命化投資により劣化水準の進展確率 (マルコフ推移確率) を小さくすることができれば，のちに **3.2.2** で議論するように，社会資本の更新時期を分散することが可能となる．

本章では，社会資本更新費用の負担額の世代間の平準化を達成する方法として，主として長寿命化投資に着目する．しかし，社会資本更新費用の負担額の世代間の平準化を達成する方法には，長寿命化投資の他に，財務的な方法や社会資本投資タイミングの制御も存在する．財務的方法とは，将来発生する社会資本の更新投資のために基金を設けたり，更新投資に必要な財源を起債により調達することにより，社会資本更新費用の負担を世代間で平準化する方法である．閉鎖経済においては，この財務的方法は，将来発生する社会資本の更新投資のために民間資本を蓄積し，社会資本の更新時期に民間資本を取り崩すことを意味する．一方，社会資本投資タイミングの制御とは，将来の社会資本の更新需要を平準化するように社会資本投資を行う方法である．本章では，これらの方法についても限定的な考察を行う．

従来より，社会資本の長寿命化投資のライフサイクル費用低減効果に関して多くの研究の蓄積がある．しかし，長寿命化投資のストック効果と平準化効果に関しては，ほとんど議論されてこなかったのが実情である．本章では，社会資本の新規・更新投資，長寿命化投資を表現した動学的経済モデルを定式化し，社会厚生関数を最大化する社会資本投資の動学的経路を求めることにより，社会資本の最適長寿命化投資政策について分析するとともに，社会資本の長寿命化政策がもたらす経済効果について考察することを目的とする．また，民間投資と社会資本

投資を通じた更新費用の世代間移転の効果についても考察を行う．以下，**3.2.** では，本章の基本的な考え方を述べる．**3.3.** では，動学的社会資本投資モデルを定式化する．**3.4.** では，最適社会資本投資政策の特性について分析し，**3.5.** では，数値計算事例を紹介する．

3.2 本章の基本的な考え方

3.2.1 既存研究の概要

社会資本の最適な維持管理・更新政策の分析に関しては，インフラのアセットマネジメントの分野において膨大な研究が蓄積している．そこでは，個々の施設の劣化過程をマルコフ劣化モデル [1]–[4] により表現したうえで，ライフサイクル費用を最小化するという観点から，最適点検政策や補修政策などの分析を行っている [5]–[7]．これらの研究は，限られた数の施設のライフサイクル費用に着目したものであり，マクロな視点から分析を行ったものではない．また，これらの研究では，外生的に与えられた割引率を固定的に用いてライフサイクル費用を評価しており，世代間公平性の観点からは分析を行っていない．

本章では，社会厚生関数を最大化する経済の動学的経路を求めるモデルの枠組みを用いて，マクロな視点から長寿命化投資の効果の分析を行う．動学的経済モデルの枠組みを用いて，社会資本ストックの除却額が変化する状況における社会資本の投資政策を分析した研究としては，横松ら [8] が存在する．ただし，横松らの研究においては，将来の社会資本ストックの除却額の流列が外生的に与えられているため，更新費用の平準化過程を分析することはできない．一方，必ずしも社会資本を分析対象としたものではないが，社会資本の更新費用の平準化過程の分析に応用可能なモデルとして，経済成長理論の分野で用いられているビンテージモデルが存在する．このモデルは，年齢に応じた資本の性質（生産性や環境負荷など）の異質性を表現するものであり，年齢別の資本ストックを明示的に表現

するモデルである．このモデルは，Johansen[9] や Solow[10] 等を嚆矢として発展し，近年では，環境負荷の高い資本が環境負荷の低い資本に置き換えられていく過程の分析や，年齢に応じた人的資本の性質の違いを考慮した経済成長過程の分析に応用されている [11].

ビンテージモデルを用いて社会資本ストックを表現し，経済の最適な動学的経路を求める枠組みを用いれば，世代間公平性に配慮した社会的に最適な社会資本投資と，更新費用の平準化過程を分析することが可能になる．ただし，経済学の分野で用いられている標準的なビンテージモデルは，社会資本の維持管理・更新・投資政策の分析に応用する上では，限界が存在する．社会資本は，維持管理を適切に行うことにより，劣化過程を制御し，寿命を調整することができる．しかし，標準的なビンテージモデルは資本の年齢によってのみ資本ストックを区別するため，資本の劣化過程の制御を表現できない．そのため，標準的なビンテージモデルを用いて，最適な維持管理政策や社会資本の長寿命化に関する分析を行うことはできない．これに対して，本章では社会資本のビンテージを劣化水準で定義する．さらに，後述するように，ビンテージ間の推移関係をマルコフ連鎖で記述したマルコフ・ビンテージモデルを定式化することにより，社会資本の長寿命化投資による社会資本更新需要の平準化を表現することが可能となる.

3.2.2　マルコフ・ビンテージモデル

社会資本の維持管理に関する活動は，大別して事後保全と予防保全のいずれかに分類できる．事後保全とは，故障発見後，施設・設備を要求機能遂行状態に修復するために行う保全である．また，予防保全とは，施設・設備の使用中の故障を未然に防止するために，既定の間隔または基準に従って遂行し，施設・設備の機能劣化または故障の確率を低減するために行う保全である．これまでの日本の社会資本の多くは，事後保全の考え方に基づき維持管理が行われてきた．しかし，

近年は厳しい財政状況の中で，予防保全の考え方に立った政策的な維持管理・更新の重要性が指摘されるようになってきた [12]．予防保全的維持管理活動を行うことにより，社会資本の長寿命化を実現することができる．

予防保全的維持管理の下では，事後保全的維持管理と比較して，施設・設備の点検や補修の頻度が増えるとともに，維持管理を担う人材が必要になるため，日常的な維持管理費用は増加する．一方，社会資本の老朽化を遅らせて寿命を伸ばすことにより，維持補修費用と更新費用を含めたライフサイクル費用を削減することができる．既に述べたように，標準的なビンテージモデルでは，このような社会資本の老朽化の制御を表現することはできない．このようなビンテージモデルの限界を克服するために，本章では，インフラのアセットマネジメントの分野において劣化過程を表現するために標準的に利用されているマルコフ連鎖モデルを用いた，マルコフ・ビンテージモデルを提案する．すなわち，社会資本の劣化ビンテージ（健全度）を離散的な指標で表現し，劣化ビンテージ別の資本ストックを表現する．特定の劣化ビンテージにある資本ストックは，時間の経過とともにその一部が劣化し，劣化ビンテージの進行した社会資本ストックに変化する．社会資本の劣化ビンテージが使用限界に到達すれば更新 (あるいは除却) される．社会資本の維持管理費用を増やすことによって，劣化の進行確率を表すマルコフ推移確率を減少させることが可能となる．

マルコフ・ビンテージモデルを用いることにより，予防的保全を主体とする長寿命化投資による，社会資本更新需要の平準化効果を分析することが可能となる．いま，社会資本ストックが極めて多くの同質的な個別の社会資本により構成されていると考える．個別社会資本の劣化ビンテージを $\bar{s}$ 種類に分類し，ラベル $s = 1, 2, \cdots, \bar{s}$ を用いて表現する．投資・更新直後の個別社会資本の劣化ビンテージを $s = 1$ とする．単位期間中に劣化ビンテージ s の個別社会資本が，劣化ビン

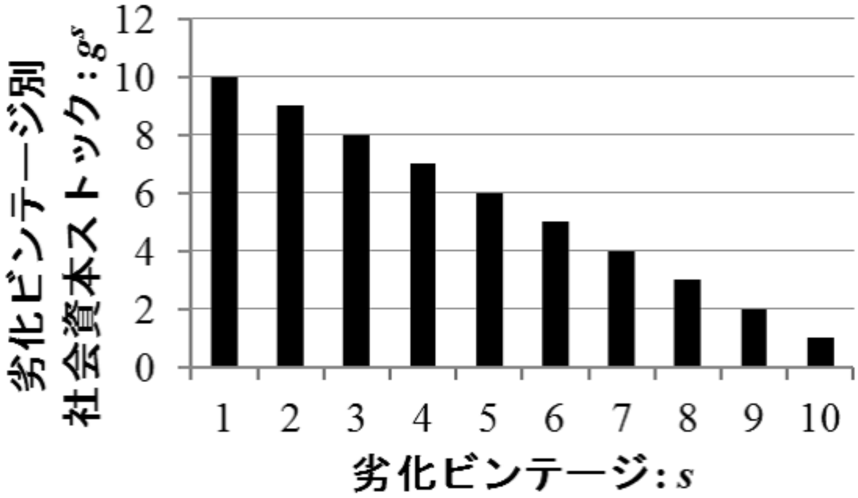

図 3.1: 劣化ビンテージ別社会資本ストック

テージ $s+1$ に移行する推移確率を ϕ_s で表す．理論的分析の見通しをよくするために，単位期間中に劣化ビンテージが 2 つ以上 (たとえば s から $s+2$ に) 進展する事象は考えない． 推移確率 ϕ_s が劣化ビンテージ s のみに依存する場合，推移確率 ϕ_s はマルコフ推移確率にほかならない．長寿命化投資を増やすことにより推移確率 ϕ_s を小さくすることができるとする．いま，単位期間の列で構成される離散的時間軸 $t = 0, 1, \cdots$ を考える．また，初期時点 $t = 0$ における劣化ビンテージ別の社会資本ストックの分布状態 $\{g^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$ が，**図–3.1** のように与えられたとする．長寿命化投資を実施したケース A と，実施しなかったケース B を考え，それぞれのケースの推移確率 ϕ_s^A, ϕ_s^B の間に $\phi_s^A < \phi_s^B$ が成立すると考える．この時，初期時点の劣化ビンテージ s から，社会資本更新が必要となる劣化ビンテージ $\bar{s}$ までに到達するまでの期間長 (以下，余寿命と呼ぶ) 分布を求めた結果を**図–3.2** に示している．長寿命化投資には，余寿命分布の期待値を遅らせる効果と，余寿命分布の分散を大きくする効果の双方が現れる (**3.7 付録 I** 参照)． このうち，期待余寿命が増加することにより，社会資本の更新タイミングを遅延させることが可能になり，社会資本の期待ライフサイクル費用の低減に貢献する．期待ライフサ

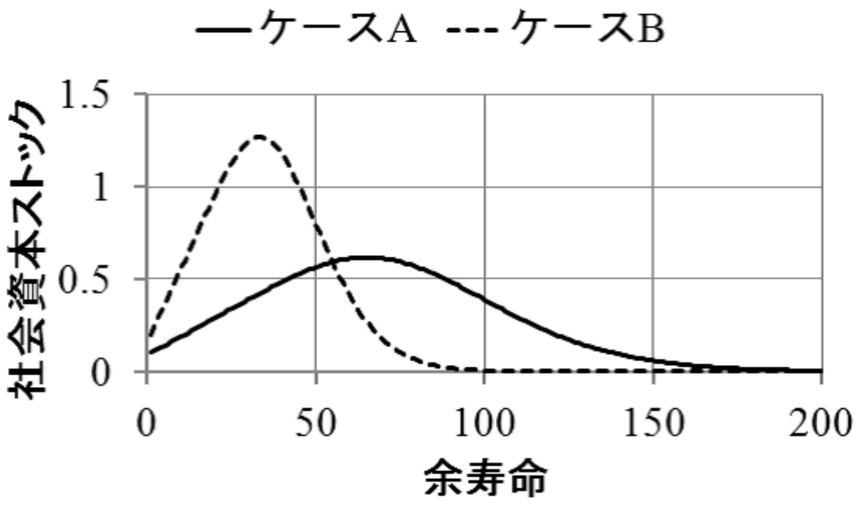

図 3.2: 長寿命化投資の効果

イクル費用の低減は，結果的に更新費用も含めたライフサイクル費用を減少させる．その結果，節約された資源を民間投資，社会資本投資に充当することが可能となり，家計の消費額を増加させることができる．本章では，このような効果をストック効果と呼ぶ．一方，余寿命の分散が大きくなることは，使用限界に到達した社会資本の更新投資のタイミングの分散が大きくなることを意味する．すなわち，社会資本更新のピーク需要を抑制し，更新需要の平準化をもたらす．このような長寿命化投資の効果を平準化効果と呼ぶ.

本章では，マルコフ・ビンテージモデルを用いて社会資本の蓄積過程を表現したうえで，社会厚生関数を最大化する動学的投資経路を求めるモデル（以下，動学的最適社会資本投資モデルと呼ぶ) を定式化し，長寿命化投資による社会資本の更新需要の平準化を考慮にいれた，最適社会資本投資政策を分析する．マルコフ・ビンテージモデルを用いることにより，社会資本投資の最適平準化政策や，社会資本の長寿命化投資の経済効果を，動学的経済モデルの統一的な枠組みの中で整合的に分析することが可能となる．このように，マルコフ・ビンテージモデルを用いて動学的最適社会資本投資政策に関する分析を行った研究は，筆者らの

知る限り存在していない.

3.3 動学的最適社会資本投資モデル

3.3.1 前提条件

閉鎖された一国経済に着目し，1 部門の動学的経済モデルに，明示的に社会資本ストックの蓄積過程を導入したモデルを定式化する．現在時刻を始点 $t = 0$ とする離散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \cdots$ を考える．この国の生産物は 1 種類の財のみであり，民間資本と労働力を投入することによって生産される．社会資本には経済活動の生産性を高める生産力効果が存在する．技術進歩は考慮しない．時点 t における集計的生産技術を，コブ＝ダグラス型の生産関数,

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} L_t^{1-\alpha_k} \tag{3.1}$$

を用いて表現する．ただし，Y_t は時点 t の財の生産量（または GDP），K_t は民間資本ストック，L_t は労働力を表し，G_t は社会資本の総ストックを表す．α_k, α_g は $\alpha_k > 0, \alpha_g > 0, \alpha_k + \alpha_g < 1$ を満たすパラメータである．民間資本ストックと労働力は全て生産活動に投入され，不完全雇用は生じないと仮定する．本章では，社会資本の新規投資，更新費用および維持補修費用 (以下，社会資本関連費用と呼ぶ) の平準化過程に分析の焦点を絞るため，人口変動の問題は取り上げない．すなわち，労働力 L_t は，通時的に一定の値 $\bar{L}$ を取ると考える．

$$L_t = \bar{L} \tag{3.2}$$

生産された財は，消費・民間投資・社会資本の新規投資と更新・社会資本の長寿命化投資に使用される．この関係を次の式で表現する．

$$Y_t \quad = \quad C_t + I_t^k + I_t^g + M_t \tag{3.3}$$

ここで，C_t は消費額，I_t^k，I_t^g，M_t はそれぞれ民間投資額，社会資本投資額，社会資本の長寿命化投資額を表す．本研究では，社会資本の新規投資と更新投資の区別を行わず，両者の総額を I^g という 1 つの変数で表現している．民間投資による民間資本ストックの蓄積過程は，

$$K_{t+1} = (1 - \delta_k)K_t + I_t^k \tag{3.4}$$

と表される．ここで，δ_k は民間資本ストックの減耗率を表す定数である．

3.3.2 社会資本ストックの蓄積過程の定式化

社会資本の劣化過程をマルコフ連鎖モデルを用いて表現する．まず，社会資本ストックを，劣化ビンテージに応じて $\bar{s}$ 種類に分類し，ラベル $s = 1, 2, \cdots, \bar{s}$ を用いて表現する．新規投資・更新直後の社会資本の劣化ビンテージを $s = 1$ とする．s の値が大きいほど劣化が進行し，劣化ビンテージ $\bar{s}$ に到達すれば，除却もしくは更新される．本研究では，社会資本の新規投資，更新投資を区別しないため，使用限界 $\bar{s}$ に到達すれば当該の社会資本は除却されると考える．劣化ビンテージが s の社会資本ストックを g^s で表す．多くの社会資本は，自身が提供する空間や機能を通じて生産力効果をもたらす．たとえば，橋梁は劣化が進展しても，使用に問題がない限り，橋梁が提供する機能に変化が生じるわけではない．以上のことより，社会資本は劣化水準に関わらず，一定の生産力効果を有すると考える．この時，社会資本の総ストック G は，劣化ビンテージが $\bar{s}$ 未満の社会資本ストックの総和として表される．

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_t^s \tag{3.5}$$

劣化ビンテージが $2 \leq s < \bar{s}$ の社会資本ストックは，

$$g_{t+1}^s = \phi_{s-1}\left(\frac{M_t}{G_t}\right) g_t^{s-1} + \left[1 - \phi_s\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] g_t^s \tag{3.6}$$

に従って推移する．劣化ビンテージが $\bar{s}$ の社会資本は除却されると考えるため，劣化ビンテージが $\bar{s}$ の社会資本ストックの推移過程は定式化しない．ここで，ϕ_s ($1 \leq s < \bar{s}$) は，劣化ビンテージ s の社会資本ストックのうち，単位期間内に劣化ビンテージが $s+1$ に移行するストックの割合を表す関数であり，$0 \leq \phi_s(M_t/G_t) \leq 1$, $d\phi_s(m_t)/dm_t \leq 0$, $d^2\phi_s(m_t)/dm_t^2 \geq 0$ を満足する．ここで，m_t は $m_t = M_t/G_t$ で定義される変数（以下，社会資本の維持管理費シェアと呼ぶ）を表し，M_t は日常的維持管理費用と予防的保全による維持補修費用から構成される社会資本の長寿命化投資額である．式 (3.6) は，劣化ビンテージ s に関わらず社会資本全体の維持管理費シェア $m_t = M_t/G_t$ の関数となっている．このことは，長寿命化投資額が全ての社会資本に均等に配分されることを意味している．式 (3.6) の遷移式は，個々の社会資本の劣化過程が単純マルコフ連鎖に従うことを意味している．劣化ビンテージ s の社会資本は，1 期間内に確率 ϕ_s で劣化ビンテージ $s+1$ に移行する．この確率は，社会資本の現在の劣化ビンテージのみに依存し，過去の劣化過程の履歴に依存しない．劣化ビンテージ s の社会資本が無数に存在するとすれば，大数の法則により，経済全体の社会資本ストックの推移は，式 (3.6) のように表現できる．また，議論の簡単化のために単位期間内に 2 つ以上の劣化水準をまたがって (たとえば，s から $s+2$ に) 劣化が進行するような事象は想定しない．社会資本の長寿命化投資額を増やすことにより，社会資本の老朽化の進行を遅らせることが可能になる．前述したように，伝統的なビンテージモデルでは，導入年度に基づいて資本のビンテージが定義されている．しかし，社会資本の劣化速度に関しては不確実性が存在するため，建設時点からの経過年数を用いて社会資本のビンテージを定義することができない．マルコフ・ビンテージモデルでは，劣化水準で定義される社会資本のビンテージが，式 (3.6) に示すようにマルコフ推移確率に基づいて推移することになる．劣化ビンテージが $s = 1$ の社会資本ストッ

クの遷移過程は,

$$g^1_{t+1} = I^g_t + \left[1 - \phi_1\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] g^1_t \tag{3.7}$$

で表現される．式 (3.7) は民間資本ストックと同様に，社会資本の新規・更新投資により劣化ビンテージ 1 の社会資本ストックが増えることを意味している．

3.3.3 社会的最適化問題の定式化

財の生産・配分に関する技術制約，資本ストックの蓄積過程に関する制約 (式 (3.1)–(3.7)) の下で，社会厚生関数を最大化する最適投資経路を求める問題を定式化する．社会資本関連費用の平準化の経済効果を評価するために，世代間公平性を考慮した社会厚生関数,

$$W_0 = \begin{cases} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t N_t \frac{[C_t/N_t]^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}, & (\sigma \neq 1) \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t N_t \ln[C_t/N_t], & (\sigma = 1) \end{cases} \tag{3.8}$$

を定義する．ここで，N_t は t 期における総人口，C_t/N_t は人口 1 人当たりの消費を表す．$\beta\,(0 < \beta < 1)$ は厚生の割引因子を表す定数である．また，**1.4.3** でも述べたように，$\sigma\,(> 0)$ は世代間の消費の公平性を表現するパラメータであり，この値が大きいほど，1 人当たりの消費の平準化を達成することにより，社会厚生が増加することになる．本章では，社会資本関連費用の平準化過程に分析の焦点を絞るため，人口構成の変動の問題は捨象する．そこで，総人口 N_t は，労働力に一致し，通時的に一定値 $\bar{L}$ を取るとする．なお，本章の分析では，社会資本の厚生効果は考えない．社会資本整備は生産力効果を通じて社会厚生の増大に貢献することになる．

社会厚生関数 (3.8) を最大化するような新規・更新投資，長寿命化投資政策 (社

会資本投資政策と呼ぶ) を求める動学的最適社会資本投資モデルは,

$$\max_{\{C_t, I_t^k, I_t^g, M_t, G_t, K_{t+1}, \{g_{t+1}^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}\}_{t=0}^{\infty}} W_0 \tag{3.9-a}$$

subject to

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \tag{3.9-b}$$

$$Y_t = C_t + I_t^k + I_t^g + M_t \tag{3.9-c}$$

$$K_{t+1} = (1-\delta_k)K_t + I_t^k \tag{3.9-d}$$

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_t^s \tag{3.9-e}$$

$$g_{t+1}^s = \phi_{s-1}\left(\frac{M_t}{G_t}\right) g_t^{s-1} + \left[1 - \phi_s\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] g_t^s \qquad (2 \leq s < \bar{s}) \tag{3.9-f}$$

$$g_{t+1}^1 = I_t^g + \left[1 - \phi_1\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] g_t^1 \tag{3.9-g}$$

$$K_0, \{g_0^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1} : \text{given} \tag{3.9-h}$$

と定式化できる.

3.4 最適社会資本投資政策

3.4.1 最適化条件

動学的最適社会資本投資モデル (3.9-a)-(3.9-h) の 1 階の最適化条件を導出する. 本モデルのラグランジュ関数 $\mathscr{L}_0$ を次のように定式化する.

$$\begin{aligned}
\mathscr{L}_0 \quad = \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \Bigg[\bar{L} \frac{(C_t/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda_t \{G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} - C_t - I_t^k - I_t^g - M_t\} \\
& + \chi_t^k \{I_t^k + (1-\delta_k)K_t - K_{t+1}\} + \xi_t \left\{ \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_t^s - G_t \right\} \\
& + \chi_t^{g,1} \left\{ I_t^g + \left[1 - \phi_1\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] g_t^1 - g_{t+1}^1 \right\} \\
& + \sum_{s=2}^{\bar{s}-1} \chi_t^{g,s} \left\{ \phi_{s-1}\left(\frac{M_t}{G_t}\right) g_t^{s-1} + \left[1 - \phi_s\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\right] g_t^s - g_{t+1}^s \right\}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

ここで，$\lambda_t, \chi_t^k, \xi_t, \chi_t^{g,s}$ $(1 \leq s \leq \bar{s})$ はラグランジュ乗数である．このラグランジュ関数 $\mathscr{L}_0$ を，変数 $C_t, I_t^k, I_t^g, M_t, G_t, K_{t+1}, \{g_{t+1}^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$ について偏微分すれば，最適化条件を次のように導くことができる．

$$\lambda_t = \left(\frac{C_t}{\bar{L}}\right)^{-\sigma} \tag{3.11-a}$$

$$\lambda_t = \chi_t^k \tag{3.11-b}$$

$$\lambda_t = \chi_t^{g,1} \tag{3.11-c}$$

$$\lambda_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-2}\left[-\frac{g_t^s}{G_t}\phi_s'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)(\chi_t^{g,s} - \chi_t^{g,s+1})\right] - \frac{g_t^{\bar{s}-1}}{G_t}\phi_{\bar{s}-1}'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\chi_t^{g,\bar{s}-1} \tag{3.11-d}$$

$$\begin{aligned}\xi_t = {}& \lambda_t \alpha_g G_t^{\alpha_g - 1} K_t^{\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} + \chi_t^{g,1}\phi_1'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\frac{g_t^1}{G_t}\frac{M_t}{G_t} \\ &+ \sum_{s=2}^{\bar{s}-1}\chi_t^{g,s}\left\{\phi_s'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\frac{g_t^s}{G_t}\frac{M_t}{G_t} - \phi_{s-1}'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\frac{g_t^{s-1}}{G_t}\frac{M_t}{G_t}\right\}\end{aligned} \tag{3.11-e}$$

$$\chi_t^k = \beta\lambda_{t+1}\alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g} K_{t+1}^{\alpha_k - 1}\bar{L}^{1-\alpha_k} + \beta\chi_{t+1}^k(1-\delta_k) \tag{3.11-f}$$

$$\begin{aligned}\chi_t^{g,s} = {}& \beta\xi_{t+1} + \beta\chi_{t+1}^{g,s}\left[1 - \phi_s\left(\frac{M_{t+1}}{G_{t+1}}\right)\right] + \beta\chi_{t+1}^{g,s+1}\phi_s\left(\frac{M_{t+1}}{G_{t+1}}\right) \\ & (1 \leq s \leq \bar{s}-2)\end{aligned} \tag{3.11-g}$$

$$\chi_t^{g,\bar{s}-1} = \beta\xi_{t+1} + \beta\chi_{t+1}^{g,\bar{s}-1}\left[1 - \phi_{\bar{s}-1}\left(\frac{M_{t+1}}{G_{t+1}}\right)\right] \tag{3.11-h}$$

以上の条件と最適化問題の制約条件 (3.9-b)–(3.9-g) に横断性条件を加えたものが，動学的最適社会資本投資モデル (3.9-a)–(3.9-h) の最適解の 1 階の必要条件となる．

ラグランジュ乗数 λ_t は t 期の財 1 単位の価値を，ξ_t は t 期の社会資本ストック 1 単位が t 期に生み出す便益を，χ_t^k は t 期期末の民間資本ストック 1 単位の価値を，$\chi_t^{g,s}$ は t 期期末の劣化ビンテージ s の社会資本ストック 1 単位の価値を表している．ただし，$\lambda_t, \chi_t^k, \xi_t, \chi_t^{g,s}$ は，t 期における社会厚生の割引当該期価値 $W_t = \sum_{\tau=t}^{\infty}\beta^{\tau-t}\bar{L}([C_\tau/\bar{L}]^{1-\sigma} - 1)/(1-\sigma)$ の単位で表されている．式 (3.11-a) は，t 期の財 1 単位の価値 λ_t が，その財が消費されることによる社会厚生の増加量（右辺）に等しいことを表している．式 (3.11-e) は，t 期の社会資本ストック 1 単位

が t 期に生み出す価値 ξ_t は，生産力効果により t 期の財の生産量を増やす限界便益（右辺第 1 項）から，長寿命化投資に対する支出が増加する限界費用の増加分（右辺第 2 項と第 3 項）を差し引いたものであることを表す．式 (3.11-f) は，t 期期末の民間資本ストック 1 単位の価値 χ_t^k を再帰的に表している．式 (3.11-f) より，χ_t^k は，民間資本ストックが $t+1$ 期の生産活動に貢献する便益（右辺第 1 項）と，$t+1$ 期末に残存する民間資本ストックの価値（右辺第 2 項）の和として表される．$t+1$ 期末に残存するストックの価値は，式 (3.11-f) を再帰的に用いて，民間資本ストックが $t+2$ 期の生産活動に貢献する便益，$t+3$ 期の生産活動に貢献する便益，…の和として表せる．結局，式 (3.11-f) は，民間資本ストック 1 単位の価値 χ_t^k が，その資本ストックが将来の生産活動に貢献する便益の割引現在価値の総和に等しいことを表す．式 (3.11-g)，(3.11-h) は，t 期期末の劣化ビンテージ別の社会資本ストック 1 単位の価値 $\chi_t^{g,s}$ を再帰的に表している．式 (3.11-g)，(3.11-h) より，$\chi_t^{g,s}$ は，劣化ビンテージ s の社会資本ストックが $t+1$ 期に生み出す便益（右辺第 1 項）と，$t+1$ 期末に劣化ビンテージ s のまま残存する社会資本ストックの価値（右辺第 2 項）と，$t+1$ 期末に劣化ビンテージ $s+1$ となる社会資本ストックの価値（右辺第 3 項）の和として表される．ただし，劣化ビンテージが $\bar{s}-1$ の社会資本ストックについては，劣化ビンテージ $\bar{s}$ に移行した場合，価値が 0 になるため，式 (3.11-g) とは異なり，式 (3.11-h) には右辺第 3 項が存在しない．式 (3.11-g), (3.11-h) は，劣化ビンテージ別の社会資本ストック 1 単位の価値 $\chi_t^{g,s}$ が，その社会資本ストックが将来に生み出す便益の割引現在価値の総和の期待値に等しいことを意味する．

3.4.2 最適社会資本投資政策の特性

式 (3.11-b) は，民間投資額の最適性に関する条件を表す．民間投資 I_t^k を限界的に 1 単位増やすと，t 期末の資本ストックが 1 単位増えることにより，χ_t^k の限界

便益が発生する．一方，民間投資 I_t^k を限界的に 1 単位増やすためには，財 1 単位を民間投資に使う必要があるため，λ_t の限界費用が発生する．式 (3.11-b) は，民間投資額が社会的に最適な水準にあるためには，この限界便益と限界費用が一致する必要があることを表している．また，式 (3.11-b) は，$\chi_t^k/\lambda_t = 1$ と書き換えて解釈することもできる．χ_t^k/λ_t は，時刻 t の財 1 単位の価値を基準に測定した時刻 t の期末における民間資本ストック 1 単位の限界的価値を表している．これは，t 期における民間資本のトービンの q[13] に他ならない．民間投資額の最適化条件は，民間資本ストックを限界的に 1 単位増やすための費用（時刻 t の消費財の価値を基準）とトービンの q を一致させることである．本研究では，投資の調整費用を定式化していないため，民間資本ストックを 1 単位増やすのにかかる限界費用（時刻 t の消費財の価値を基準）は常に 1 となる．よって，$\chi_t^k/\lambda_t = 1$ が民間投資水準の最適化条件となる．式 (3.11-c) は，社会資本投資額の最適性に関する条件を表しており，式 (3.11-b) と全く同様に解釈できる．式 (3.11-c) は，$\chi_t^{g,1}/\lambda_t = 1$ と書き換えられる．$\chi_t^{g,s}/\lambda_t$ は，時刻 t の劣化ビンテージ s の社会資本ストックのトービンの q を表している．t 期における社会資本投資の限界的価値 $\chi_t^{g,1}$ は，劣化ビンテージ 1 の社会資本ストックが将来に生み出す便益の割引現在価値の総和となる．社会資本投資額の最適化条件は，劣化ビンテージ 1 の社会資本ストックを限界的に 1 単位増やすために必要となる費用（= 1）と劣化ビンテージ 1 の社会資本ストックのトービンの q を一致させる条件で表される．

式 (3.11-d) は，長寿命化投資額 M_t の最適性に関する必要条件を表している．この式を変形すれば

$$1 = \sum_{s=1}^{\bar{s}-2}\left[-\frac{g_t^s}{G_t}\phi_s'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\left(\frac{\chi_t^{g,s}}{\lambda_t}-\frac{\chi_t^{g,s+1}}{\lambda_t}\right)\right]-\frac{g_t^{\bar{s}-1}}{G_t}\phi_{\bar{s}-1}'\left(\frac{M_t}{G_t}\right)\left(\frac{\chi_t^{g,\bar{s}-1}}{\lambda_t}-0\right) \quad (3.12)$$

を得る．ここで，$-g_t^s/G_t\phi_s'$ は，長寿命化投資 M_t を限界的に 1 単位増やすことによって，時刻 t から $t+1$ の間に劣化ビンテージ s から $s+1$ に移行する社会資本ス

トックをどれだけ減らせるかを表している．$\chi_t^{g,s}/\lambda_t$ は，時刻 t の劣化ビンテージ s の社会資本ストックのトービンの q を表している．したがって，$\chi_t^{g,s}/\lambda_t - \chi_t^{g,s+1}/\lambda_t$ は，1 単位の社会資本ストックが劣化ビンテージ s から $s+1$ に移行することによって発生する，社会資本価値の低下額を表している．また，$\chi_t^{g,\bar{s}-1}/\lambda_t - 0$ は，劣化ビンテージ $\bar{s}-1$ の社会資本ストック 1 単位が劣化ビンテージ $\bar{s}$ に移行することにより失われる社会資本の価値を表す．この時，式 (3.12) の右辺は，長寿命化投資 M_t を限界的に 1 単位増やすことにより，どの程度，社会資本劣化によって生じる社会資本価値の低下を抑制できるか (長寿命化投資の限界便益) を表している．一方，式 (3.12) の左辺は財 1 単位の価格であり，長寿命化投資を 1 単位増やすために必要となる限界費用を表している．すなわち，式 (3.12) は，社会資本の最適長寿命化政策が長寿命化投資の限界費用と限界便益が一致するレベルに決定されることを意味している．

3.4.3　比較動学分析

以上の最適化条件 (3.11-a)–(3.11-h)，(3.9-b)–(3.9-g) を満足するような動的経路は，長期的に定常状態に収斂していく．定常状態は，最適化条件 (3.11-a)–(3.11-h)，(3.9-b)–(3.9-g) において，$Y_t^* = Y^*$, $C_t^* = C^*$, $M_t = M^*$, $I_t^g = I^{g*}$, $I_t^k = I^{k*}$, $\lambda_t = \lambda^*$, $\chi_t^k = \chi^{k*}$, $\chi_t^{g,s} = \chi^{g,s,*}$, $G_t = G^*$, $g_t^s = g^{s*}$, $K_t = K^*$ が成立するような状態として定義できる．このとき，定常状態における経済の状態を表す変数値 $(Y^*, C^*, I^{k*}, I^{g*}, M^*, G^*, g^{s*}, K^*)$ は，公平性パラメータ σ の値に依存しないことを示すことができる (**3.8 付録 II** 参照)．なお，ラグランジュ乗数は σ の値に依存することを断っておく．以上の知見を**命題 1** としてとりまとめておく．

命題 1 人口一定・技術水準一定という仮定の下で，動学的最適社会資本投資モデルの最適動学的経路は，世代間公平性に関するパラメータ値 σ に依存せず，唯一

の定常状態に収斂する.

命題 1 は，社会厚生関数 (3.8) を用いた最適成長モデルに共通する特性であるが，社会資本の長寿命化政策に関して重要な含意を持っている．社会資本の長寿命化政策はライフサイクル費用の低減を通じて，定常状態における民間資本，社会資本の増加をもたらすが，本章で採用したような人口と技術水準が一定という定常的社会においては，社会厚生関数における世代間公平性に関する配慮とは無関係に，最適な定常状態を一意的に決定することが可能である．言い換えれば，社会厚生関数の定式化は，定常状態への移行動学に影響を及ぼすが，定常状態に影響を及ぼさないことが理解できる．この結果は，長寿命化投資の便益が，長期的にはストック効果のみによって評価できるようになることを意味していると解釈できる．もちろん，このような性質は人口一定・技術水準一定の定常社会において成立する事項であり，人口減少社会においては成立しないことを断っておく．なお，厚生の割引因子 β の値は，定常状態における変数値に影響を及ぼすことを断っておく．

次に，長寿命化投資の効率化が定常状態における各変数に与える影響について，比較動学分析を試みる．マルコフ推移確率 ϕ_s を，長寿命化投資に関する技術水準を表すパラメータ γ_s を用いて $\phi_s(m:\gamma_s)$ と表そう．長寿命化技術が向上すればパラメータ γ_s の値が大きくなると考え，

$$\partial\phi_s(m:\gamma_s)/\partial\gamma_s \leq 0 \tag{3.13-a}$$

$$\partial^2\phi_s(m:\gamma_s)/\partial m\partial\gamma \leq 0 \tag{3.13-b}$$

を仮定する．式 (3.13-a) は，長寿命化技術が高いほど，社会資本の劣化の進行を遅らせることが可能になることを意味する．式 (3.13-b) は，長寿命化技術の向上により，長寿命化投資の限界的増加の効果が大きくなることを意味する．議論の

見通しをよくするため，劣化ビンテージの数を限定し，解析的に比較動学分析を試みる．劣化ビンテージの数が多くなると，比較動学分析を数値計算に頼らざるをえなくなるが，このような一般的な分析は **3.5.** でとりあげる．いま，劣化ビンテージ数を $\bar{s} = 2$ に設定する．すなわち，劣化ビンテージは「健全である」と「使用限界にある」の 2 種類のみであると考える．この場合，使用限界にある社会資本は直ちに除却されるため，$G^* = g^{1*}$ が成立する．式 (3.11-b)–(3.11-h) より，定常状態において，

$$1 = \beta\alpha_k G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k - 1} \bar{L}^{1-\alpha_k} + \beta(1 - \delta_k) \tag{3.14-a}$$

$$1 = \beta\alpha_g G^{*\alpha_g - 1} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} + \beta\phi_{1,m}(m^*, \gamma_1)m^* + \beta(1 - \phi_1(m^*, \gamma_1)) \tag{3.14-b}$$

$$1 = -\phi_{1,m}(m^*, \gamma_1) \tag{3.14-c}$$

が成立する．式 (3.14-a)–(3.14-c) を K^*, G^*, m^*, γ_1 について全微分して整理すると，以下の式が導かれる．

$$dm^* = -\frac{\phi_{1,m\gamma}}{\phi_{1,mm}} d\gamma_1 > 0 \tag{3.15-a}$$

$$dG^* = -\frac{1 - \alpha_k}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \frac{\phi_{1,\gamma}}{\alpha_g G^{*\alpha_g - 2} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} d\gamma_1 > 0 \tag{3.15-b}$$

$$dK^* = -\frac{1}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \frac{\phi_{1,\gamma}}{G^{*\alpha_g - 1} K^{*\alpha_k - 1} \bar{L}^{1-\alpha_k}} d\gamma_1 > 0 \tag{3.15-c}$$

ただし，$\phi_{1,m} = \partial\phi_1/\partial m$, $\phi_{1,mm} = \partial^2\phi_1/\partial m^2$, $\phi_{1,m\gamma} = \partial^2\phi_1/\partial m\partial\gamma$ である．この結果より，長寿命化投資の効率化により，定常状態における社会資本の維持管理費シェア，社会資本ストック，民間資本ストックが増加することが確認できる．次に，式 (3.9-d) より，$I^{k*} = \delta_k K^*$ が成立することから，

$$dI^{k*} = \delta_k dK^* = -\frac{\delta_k}{1 - \alpha_k - \alpha_g} \frac{\phi_{1,\gamma}}{G^{*\alpha_g - 1} K^{*\alpha_k - 1} \bar{L}^{1-\alpha_k}} d\gamma_1 > 0 \tag{3.16}$$

が導かれる．すなわち，長寿命化投資の効率化は，定常状態における民間投資額

を増加させる．また，式 (3.9-g) より，$I^{g*} = \phi_1(m^*, \gamma_1)G^*$ が成立することから，

$$\begin{aligned} dI^{g*} &= \phi_{1m}(m^*, \gamma_1)G^* dm^* + \phi_{1\gamma}(m^*, \gamma_1)G^* d\gamma_1 + \phi_1(m^*, \gamma_1)dG^* \\ &= \left[\left(\phi_{1,\gamma} + \frac{\phi_{1,m\gamma}}{\phi_{1,mm}}\right)G - \frac{1-\alpha_k}{1-\alpha_k-\alpha_g}\frac{\phi_1\phi_{1,\gamma}}{\alpha_g G^{*\alpha_g-2}K^{*\alpha_k}\bar{L}^{1-\alpha_k}}\right]d\gamma_1 \qquad (3.17) \end{aligned}$$

が導かれる．式 (3.17) の [ ] 内の第 1 項は，長寿命化による社会資本更新費用の節減効果を，第 2 項は，長寿命化によって社会資本投資の便益が増加するために，最適な社会資本投資水準が増加する効果を表している．すなわち，長寿命化により社会資本更新投資は減少するが，社会資本ストックを増加するための新規投資は増加する．ただし，新規投資と更新投資を加えたネットの社会資本総投資の増減に関しては不定である．次に，$M^* = m^*G^*$ が成立することから，

$$\begin{aligned} dM^* &= G^* dm^* + mdG^* \\ &= \left[-\frac{\phi_{1,m\gamma}}{\phi_{1,mm}}G - m\frac{1-\alpha_k}{1-\alpha_k-\alpha_g}\frac{\phi_{1,\gamma}}{\alpha_g G^{*\alpha_g-2}K^{*\alpha_k}\bar{L}^{1-\alpha_k}}\right]d\gamma_1 > 0 \qquad (3.18) \end{aligned}$$

が導かれる．すなわち，長寿命化投資の効率化は，定常状態における長寿命化投資を増加させる．なお，式 (3.17), (3.18) より，長寿命化投資の効率化が定常状態における社会資本関連費用 $I^{g*} + M$ に及ぼす影響は不定である．式 (3.9-b) より，$Y^* = G^{*\alpha_g}K^{*\alpha_k}\bar{L}^{1-\alpha_k}$ が成立することから，

$$\begin{aligned} dY^* &= \alpha_k G^{*\alpha_g}K^{*\alpha_k-1}\bar{L}^{1-\alpha_k}dK^* + \alpha_g G^{*\alpha_g-1}K^{*\alpha_k}\bar{L}^{1-\alpha_k}dG^* \\ &= -\frac{\phi_{1,\gamma}}{1-\alpha_k-\alpha_g}G^* d\gamma_1 > 0 \qquad (3.19) \end{aligned}$$

が成立する．最後に，長寿命化投資の効率化が，定常状態における家計消費に及ぼす影響は，

$$\begin{aligned} dC^* &= -\frac{\phi_{1\gamma}}{1-\alpha_k-\alpha_g}\frac{1}{G^{*\alpha_g-1}K^{*\alpha_k}\bar{L}^{1-\alpha_k}}\Bigg[(1-\alpha_k-\alpha_g)G^{*\alpha_g}K^{*\alpha_k}\bar{L}^{1-\alpha_k} \\ &\quad + \left(\frac{1}{\beta}-1\right)\left(K^* + \frac{1-\alpha_k}{\alpha_g}G^*\right)\Bigg]d\gamma_1 > 0 \qquad (3.20) \end{aligned}$$

と評価できる (**3.9. 付録 III** 参照)．すなわち，長寿命化投資の効率化は，定常状態における家計消費を増加させる．この結果は，長寿命化投資のストック効果の存在を示すものである．以上の知見を**命題 2** としてとりまとめておく．

命題 2 長寿命化投資の効率化は定常状態における家計消費の増加に貢献する．

3.4.4 長寿命化投資の経済効果

長寿命化投資の経済効果を分析するために二種類の動学的最適社会資本投資モデルを考える．一つは動学的最適社会資本投資モデル (3.9-a)–(3.9-h) であり (モデル 1 と呼ぶ)，いま一つはモデル 1 に各期の長寿命化投資額 M_t が恒常的に 0 であるという制約を付加したモデル (モデル 2 と呼ぶ) である．モデル 2 を用いて，長寿命化投資を実施しない場合の社会資本投資戦略を求めることができる．モデル 1 の最適経路上の家計消費を C_t^1 $(t = 0, 1, \cdots)$，モデル 2 の最適経路上の家計消費を C_t^2 $(t = 0, 1, \cdots)$ と表す．この時，長寿命化投資の経済便益 SW を，モデル 1 で達成される社会厚生 SW^1 とモデル 2 の社会厚生 SW^2 の差を用いて，

$$
\begin{aligned}
SW &= SW^1 - SW^2 \\
&= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \bar{L} \frac{(C_t^1/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} - \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \bar{L} \frac{(C_t^2/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \qquad (3.21)
\end{aligned}
$$

と定義する．この長寿命化投資の経済便益 SW は，ストック効果と平準化効果の二種類の便益から構成されると考えられる．そこで，SW をストック効果の便益 ST と平準化効果の便益 LEV に分解することを試みる．モデル 1，モデル 2 を用いた場合の定常状態における消費額を C^{*1}, C^{*2} と表す．初期時点 $t = 0$ から定常状態における消費額が恒常的に継続するような仮想的な状況をベンチマーキングケースとして考える．このようなベンチマーキングケースにおいて達成される社

会厚生 BE^1, BE^2 を，

$$\begin{aligned} BE^1 &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \bar{L} \frac{(C^{*1}/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \\ &= \frac{1}{1-\beta} \bar{L} \frac{(C^{*1}/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \qquad (3.22\text{-a}) \\ BE^2 &= \frac{1}{1-\beta} \bar{L} \frac{(C^{*2}/\bar{L})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \qquad (3.22\text{-b}) \end{aligned}$$

と定義する．家計消費が変動することにより生じる社会厚生の損失は，モデル 1 とモデル 2 のそれぞれに対して，

$$LO^1 = BE^1 - SW^1 \qquad (3.23\text{-a})$$

$$LO^2 = BE^2 - SW^2 \qquad (3.23\text{-b})$$

と定義できると考えられる．このとき，長寿命化投資による平準化効果 LEV は，

$$LEV = LO^1 - LO^2 \qquad (3.24)$$

と定式化できる．また，ストック効果 ST は，

$$ST = BE^1 - BE^2 = SW - LEV \qquad (3.25)$$

と定義できると考えられる．以上で提案した定義式を用いることにより，社会厚生の単位で計測された長寿命化投資の経済便益 SW を，ストック効果 ST と平準化効果 LEV に分解することができる．

以上で定義した経済便益指標は，社会厚生関数に依存して定義されるため，異なる世代間公平性パラメータ σ を用いた場合に実現する最適経路間の経済便益を比較できない．のちに **3.5.4** において，パラメータ σ に関する感度分析を行うが，各ケースにおける経済便益の相互評価を可能にするために，金銭タームで表現されたストック効果と平準化効果の便益を定式化する．まず，社会厚生関数 W_0（式 (3.8)）を用いて支出関数を定義する．0 期の財の価値を基準にしたときの t 期の

財の価値を p_t，ある社会厚生の水準を $\bar{W}_0$ とするとき，0 期において社会厚生 $\bar{W}_0$ を実現するのに必要となる最小の費用を，支出関数 $e_0(\{p_t\}_{t=0}^{\infty}, \bar{W}_0)$ として表す．社会的割引率が通時的に一定値 r を取るとすれば，$p_t = 1/(1+r)^t$ が成立する．この時，支出関数 e_0 は，支出最小化問題を用いて次のように定義できる．

$$e_0(\{p_t\}_{t=0}^{\infty}, \bar{W}_0) = \min_{\{C_t\}_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} p_t C_t \tag{3.26-a}$$

subject to

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \bar{L} \frac{[C_t/\bar{L}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} = \bar{W}_0 \tag{3.26-b}$$

t 期における財の価値は，$\beta^t \lambda_t / \lambda_0$ と表せる．よって，長寿命化投資を実施することによる経済便益 $\overline{EV}$ は，支出関数 e_0 を用いて，

$$\overline{EV} = e_0\left(\left\{\beta^t \frac{\lambda_t^2}{\lambda_0^2}\right\}_{t=0}^{\infty}, SW^1\right) - e_0\left(\left\{\beta^t \frac{\lambda_t^2}{\lambda_0^2}\right\}_{t=0}^{\infty}, SW^2\right) \tag{3.27}$$

と定義できる．ただし，λ_t^2 はモデル 2 の最適経路上におけるラグランジュ乗数 λ_t の値である．定常状態においては，ラグランジュ乗数 λ_t も一定の値を取るため，t 期における財の価値は β^t と表せる．よって，金銭タームで表現されたストック効果の便益 $\overline{ES}$ は，

$$\overline{ES} = e_0\left(\left\{\beta^t\right\}_{t=0}^{\infty}, BE^1\right) - e_0\left(\left\{\beta^t\right\}_{t=0}^{\infty}, BE^2\right) \tag{3.28}$$

と表される．また，金銭タームで評価した平準化効果は

$$\overline{EL} = \overline{EV} - \overline{ES} \tag{3.29}$$

と表される．

3.4.5 ストック効果と平準化効果の関係

本章では，社会資本の長寿命化投資の効果として，長期的な家計の消費水準の増加をもたらすストック効果と，社会資本の更新タイミングを平準化することに

より，世代間の社会資本更新費用の平準化をもたらす平準化効果という二種類の効果に着目する．今期における長寿命化投資により社会資本 1 単位あたりのライフサイクル費用を削減することにより，消費と民間投資，社会資本投資に利用できる資源を増やし，結果的に将来世代の消費額を増加させることが可能となる．このようなストック効果は，社会資本投資，長寿命化投資の動学的最適化を図ることによる資源配分の通時的効率化の結果として達成できるものである．それに対して，平準化効果は資源配分の世代間公平性に関わる効果であり，動学的最適社会資本投資モデルで採用した社会厚生関数に依存していることに留意する必要がある．費用便益分析においては，社会資本整備による経済便益を，それを構成するいくつかのカテゴリー別の経済便益に分解する．しかし，本章で定義する二つの経済効果は，動学的資源配分の効率性と世代間における資源配分の公平性という別の視点から導出されたものであることに留意する必要がある．**3.4.3** で議論したように，人口・技術水準が一定という定常的社会においては，世代間公平性に関するパラメータ σ は，定常状態への移行過程に影響を及ぼすが，定常状態には影響を及ぼさない．このことは，長期的にはストック効果と平準化効果を独立に評価可能であることを意味していると解釈できる．ストック効果を平準化効果と独立に評価できることは，長寿命化投資の便益を評価する際に有用な特性となる．平準化効果の便益は，世代間の消費の公平性に対する配慮の大きさに依存して，その評価が変化する．しかし，世代間公平性に関する価値観は人によって異なるため，世代間公平性に対してどの程度の配慮を行うべきかを決めることは難しいと考えられる．したがって，平準化効果の便益を評価することもまた，困難であると考えられる．他方，平準化効果の便益は，世代間公平性に対する配慮とは無関係に，動学的資源配分の効率性のみに基づいて評価できる．したがって，早期の長寿命化投資の実施が必要な環境において，世代間公平性に対してどの程

度の配慮を行うべきかを決定するのに時間を要する場合には，まずは，平準化効果の便益のみを用いて長寿命化投資の評価を行い，平準化効果の便益の評価については，後の時点で改めて評価を行う，といったことが可能となる．**3.4.4** で定義したストック効果と平準化効果の便益は，このような解釈の下に定式化されたものである．

アセットマネジメントの実務においては，社会資本の長寿命化による更新費用，維持・補修費用の平準化が重要な課題となっている．実務における維持補修，更新費用の平準化に対する要求は，社会資本を管理する担当部局が直面している予算制約に関わる問題であり，必ずしも費用負担の世代間公平性を明示的に問題視しているわけではない．社会資本関連予算が縮小する中で，増加する維持更新需要に対応できないという現場の不満，不安を反映している面が少なくない．アセットマネジメントの実務が直面する予算制約は，行政当局内における個別的経緯や行財政的環境の中で，いわばアドホックに形成されたものであり，予算制約の設定に関して確固とした理論的根拠が存在するわけではない．アセットマネジメントの現場では，ライフサイクル費用の最小化に基づいて策定された長寿命化計画が予算制約のために実現されず，長寿命化投資が将来に先送りされるという事態が常態化してきた． このような長寿命化投資のアドホックな先送りは，通時的な資源配分の効率化を阻害するとともに，将来世代の負担増を前提として現在世代の負担減を実現している行為であり，理論的に正当化できるものではない．しかし，過去の投資行動の結果として，現在の社会資本の劣化ビンテージ構成が形成されているため，社会資本投資の平準化を直ちに実現できる状態にないことも事実である．少なくとも，近い将来時点において，社会資本の更新投資，長寿命化投資がピークを迎えることが予想される．本章では，そのような現状において，効率的な社会資本投資政策と世代間公平性に基づいた費用負担の関係性について

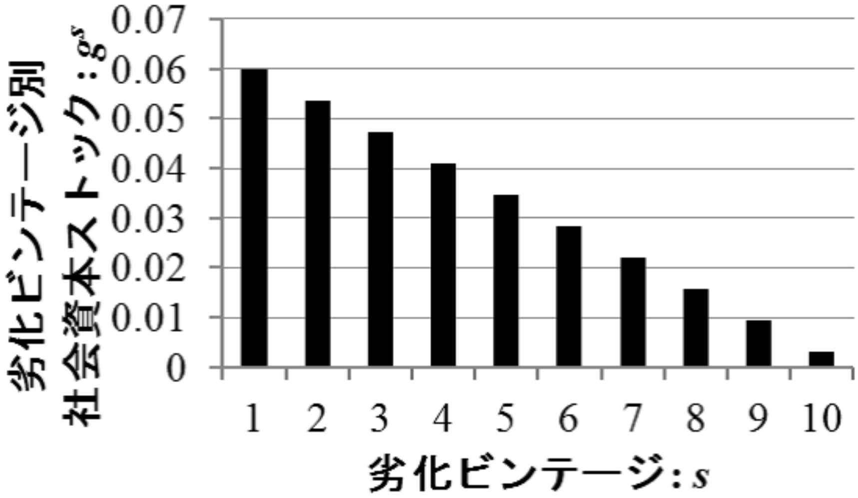

図 3.3: 初期時点における劣化ビンテージ別社会資本ストック

分析することを目的としている．社会厚生関数を用いることにより，世代間公平性に関するパラメータ σ の値に応じて定義される Tobin の q を用いた投資評価を通じて，動学的に効率的な社会資本投資経路を形成することが可能となる．なお，本章では，人口が一定，技術革新が存在しないという環境の下における社会資本の長寿命化投資政策を分析することに主眼を置いている．人口減少，高齢化社会における社会的に最適な社会資本投資政策を検討するためには，技術革新や社会資本の廃棄を明示的に考慮した動学的最適社会資本投資モデルを定式化することが必要となる．

3.5 数値計算によるモデル分析

3.5.1 数値計算事例の設定

以上で議論した最適社会資本投資政策の特性を数値計算により確認する．社会資本の劣化過程を記述するマルコフ推移確率 ϕ_s を，全ての劣化ビンテージについて，

$$\phi_s(x) = \delta_g \exp(-\gamma \cdot x) \tag{3.30}$$

と記述する．数値計算にあたっては，単位期間として 5 年間を想定する．社会資本の長寿命化投資を実施しない (M_t を常に 0 にする) 場合，社会資本は新規投資・更新時点から耐用年数の 50 年後に除却されると考え，$\bar{s} = 11, \delta_g = 1.0$ と設定する．また，厚生の割引率は 1 年当たり 3%，民間資本の減耗率は 1 年当たり 10%と考え，$\beta = \exp(-5 \cdot 0.03), \delta_k = 1 - \exp(-5 \cdot 0.1)$ と設定する．経済に存在する労働力および総人口 $\bar{L}$ は 1 とする．その他のパラメータについては，$\sigma = 1.0, \alpha_k = 0.35, \alpha_g = 0.1, \gamma = 20.0$ と設定する．式 (3.8) に示すように，$\sigma = 1$ の場合，社会厚生関数は対数関数で表される．対数関数を用いた社会厚生関数は，従来より多くの最適経済成長モデルにおいて用いられてきたものである．動学的最適社会資本投資モデルを用いて，社会資本の新規・更新投資と長寿命化投資政策を同時に考慮した最適社会資本投資政策を分析することができる．動学的最適社会資本投資モデル (3.9-a)–(3.9-h) の最適経路においては，長期的に民間資本ストック，社会資本ストックは定常状態 $(K^*, G^*) = (0.412, 0.316)$ に収斂する．数値計算事例では，社会資本の長寿命化政策による社会資本更新の平準化過程に焦点を絞るため，初期時点 $t = 0$ において，民間資本ストック，および社会資本ストックが定常状態に到達していると考え，初期ストック $(K_0, G_0) = (0.412, 0.316)$ を仮定する．一方，社会資本の劣化ビンテージは定常状態に到達しておらず，相対的に健全なビンテージの (s の小さい) 社会資本に偏った分布をしていると考える．数値計算で設定した初期時刻における劣化ビンテージ別の社会資本ストック分布を**図–3.3** に示す．すなわち，社会資本ストックは直近の過去の時点において集中的に整備され，将来時点において社会資本の集中的な更新需要が発生することが想定される状況を考える．

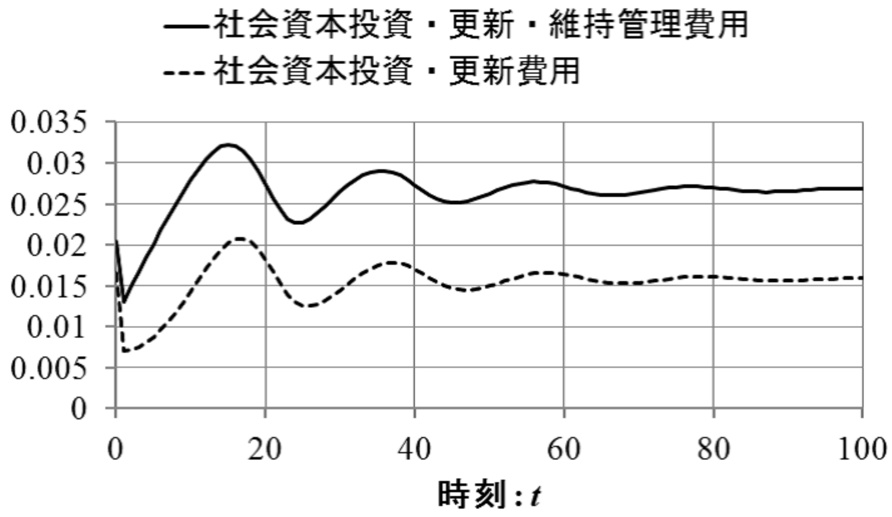

図 3.4: 社会資本関連費用の平準化

3.5.2 社会資本関連費用の平準化過程

図–3.4 は，**3.5.1** で説明した問題設定の下で求めた最適社会資本投資経路を実現するために必要となる社会資本関連費用の時間推移を表したグラフである．図中の破線は社会資本新規・更新投資額 I_t^g を，実線は社会資本関連費用 (新規・更新投資額および長寿命化投資額の総和)$I_t^g + M_t$ の推移を表している．初期時点において劣化ビンテージに偏在があるため，時間の経過とともに社会資本の平均的な劣化ビンテージが悪化し，社会資本関連費用が増加する．時点 $t = 15$ において，社会資本関連費用がピークを迎える．社会資本の更新投資が実施されれば，社会資本の劣化ビンテージが改善されるため，更新費用は減少する．時点 $t = 25$ より再び社会資本関連費用が増加し時点 $t = 35$ に 2 回目の社会資本関連費用のピークが到達する．このように，初期時点における劣化ビンテージが定常的なビンテージ分布から乖離していることにより，時間を通じて社会資本関連費用は一定値をとらず周期的に振動する．しかし，時間が経過するにつれて，ピーク時における社会資本関連費用が次第に減少していく．時間の経過に伴って社会資本関連費用の平準化が実現していることが読み取れる．

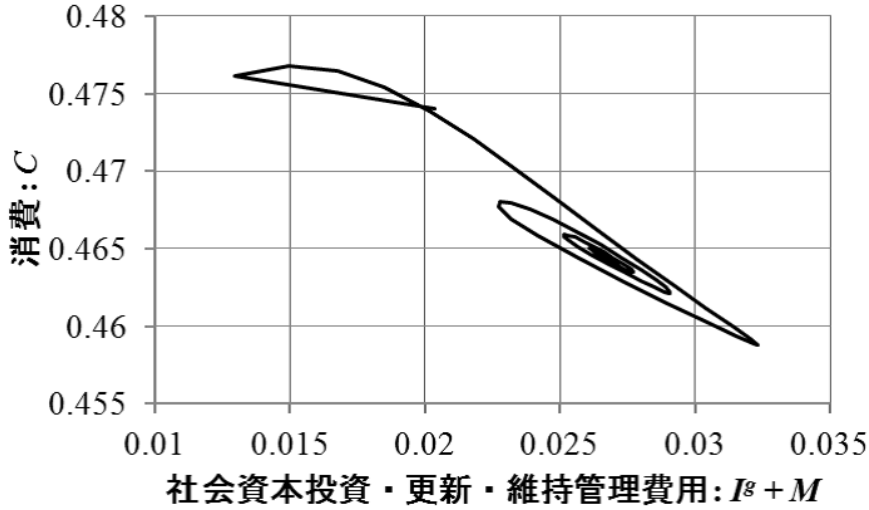

図 3.5: 社会資本関連費用と消費の関係

社会資本関連費用の周期的振動が，世代間の資源配分に及ぼす影響を分析するために，離散軸上の各時点における社会資本関連費用と家計の消費額の経年的な推移状況を分析した．その結果を**図–3.5** に示している．同図は，横軸に社会資本関連費用 $I_t^g + M_t$ を，縦軸に消費額 C_t を取り，各時点における両者の組 $(I_t^g + M_t, C_t)$ の推移をプロットしたものである．この図より，社会資本関連費用と消費額の間には，強い負の相関があることが読み取れる．すなわち，時間軸を通じて家計数が一定であっても，社会資本関連費用の支出が大きい世代と，小さい世代の間で，厚生水準に格差が生じることがわかる．

次に，民間投資と社会資本投資を通じた更新費用の世代間移転の効果について分析を行う．長寿命化投資による更新費用の平準化効果については，次項で分析を行う．**図–3.6** は，社会資本の総ストック G_t の時間推移を示したものである．この図より，社会資本関連費用と同様に，社会資本ストックも周期的変動を示すことが確認できる．注目すべき点は，社会資本ストックが定常状態の水準よりも高くなっている時期が存在することである．例えば，$t = 0$ から $t = 8$ の期間においては，社会資本ストックは定常状態よりも高くなっている．これは，将来の社会

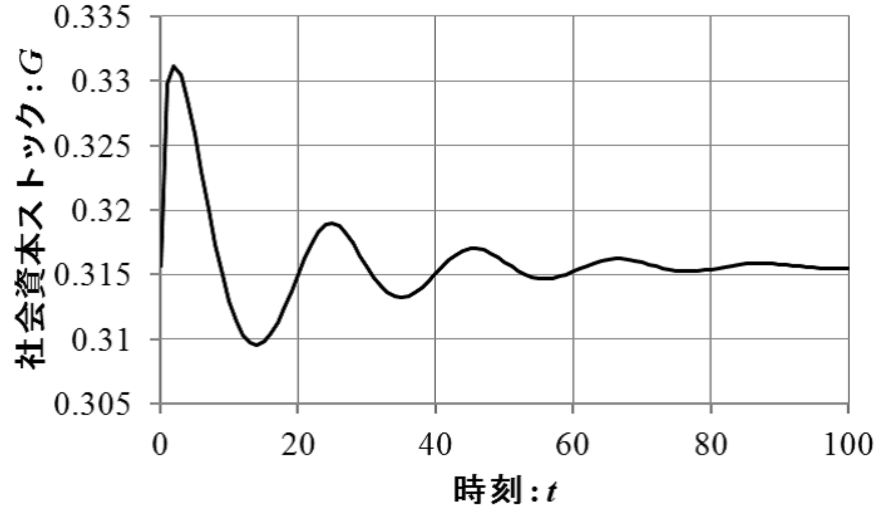

図 3.6: 社会資本ストックの時間推移

資本の更新費用を平準化するように社会資本投資タイミングの制御が行われていることを意味している．仮に，社会資本ストックを一定に保つように投資を行ったとすると，社会資本の除却額に応じて社会資本の更新費用が大きく変動してしまう．社会資本投資タイミングの制御を通じて，社会資本の更新費用を平準化することによって，世代間公平性の観点からより望ましい動学的資源配分が実現している．

社会資本関連費用の負担の世代間の平準化は，民間資本ストックの増減を通じても行われている．**図–3.7** は，社会資本関連費用と民間資本ストックの関係を示したものである．同図では，横軸に社会資本関連費用 $I_t^g + M_t$ を，縦軸に民間資本ストック K_t を取り，各時刻における両者の組 $(I_t^g + M_t, K_t)$ の推移をプロットしている．この図より，社会資本関連費用が低い時期には，民間資本ストックが増加しており，逆に，社会資本関連費用が高い時期には，民間資本ストックが減少していることが読み取れる．これは，社会資本関連費用が低い時期には，将来の社会資本関連費用の増加に備えて民間資本の蓄積が行われ，社会資本関連費用の高い時期に，蓄積された民間資本の取り崩しが行われていることを意味している．

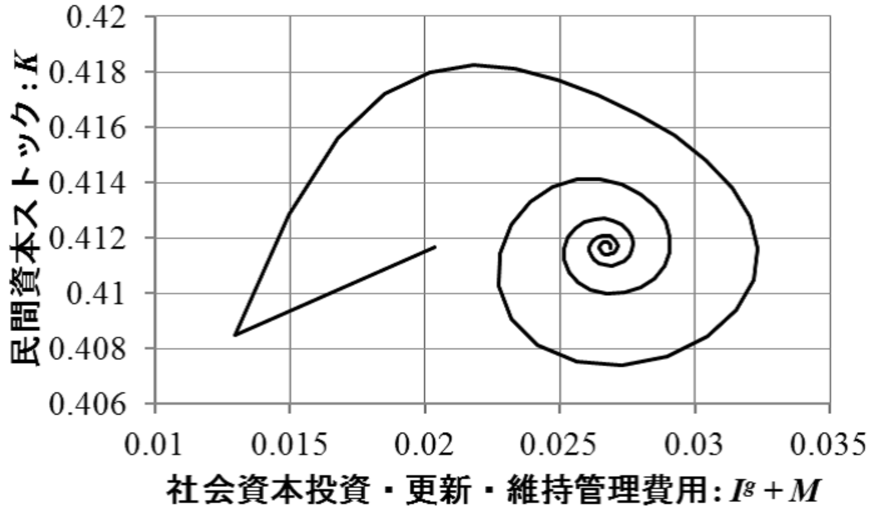

図 3.7: 社会資本関連費用と民間資本ストックの関係

このような民間資本ストックの増減を通じて，社会資本関連費用が多い世代から，少ない世代への費用の移転が行われている．本研究のモデルのような閉鎖経済モデルでは，基金の積み立てを行うことは，民間資本ストックの水準を増やすことに他ならない．したがって，この結果は，将来の社会資本関連費用の増加に備えて基金の積み立てを行うことが有効であることを示している．

以上の結果より，民間投資や社会資本投資を通じた更新費用の世代間移転も，社会資本関連費用の負担の世代間の平準化を図る上で有用であると言える．次項では，長寿命化投資による費用負担の平準化効果を分析する．

3.5.3　長寿命化投資の経済効果

長寿命化投資の経済効果を分析するために，最適長寿命化投資を実施するケース 1（動学的最適社会資本投資モデル (3.9-a)-(3.9-h) における最適経路) と，長寿命化投資を実施しないケース 2(長寿命化投資額 M_t が恒常的に 0 であるという制約を付加した動学的最適社会資本投資モデルの最適経路) をとりあげ，二つのケースにおける動学的経路を比較する．パラメータ設定，および，初期時刻における

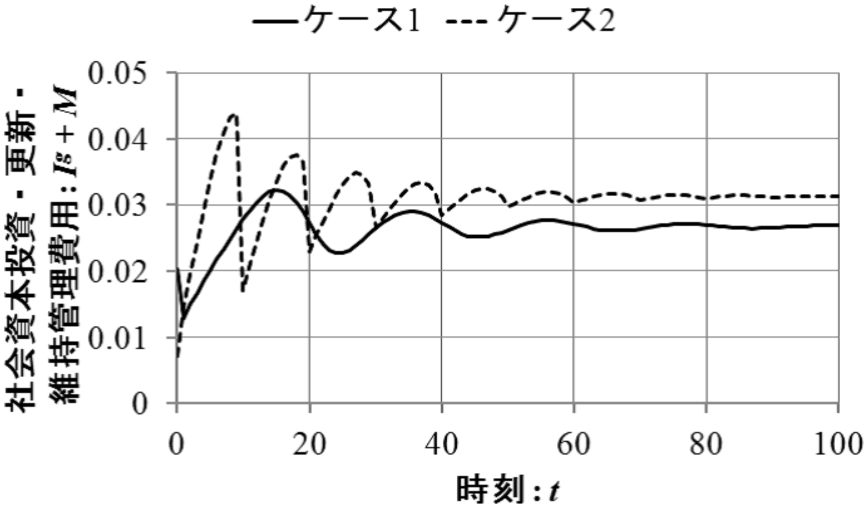

図 3.8: 長寿命化投資が社会資本関連費用の時間推移に及ぼす影響

状態変数の設定については，どちらのケースにおいても **3.5.2** の事例と同じ値を用いる．

図–3.8 は，二つのケースにおける社会資本関連費用 $I_t^g + M_t$ の経年変化を示している．長寿命化投資によって，定常状態における社会資本関連費用が減少する効果が現れている．それと同時に，長寿命化投資によって，社会資本関連費用の周期的変動の振幅が減少し，社会資本関連費用の平準化効果が発生している．ただし，周期的変動の振幅が抑制されるが，その一方で，周期的変動の 1 周期に要する期間長は増加する．

図–3.9 は，二つのケースにおける社会資本ストック G_t の経年変化を分析した結果を表している．社会資本関連費用と同様に，長寿命化投資により，社会資本ストックの周期的変動の振幅を抑制することが可能となる．ただし，周期的変動の周期は増加している．また，長寿命化投資により，定常状態における社会資本ストックの水準を増加させることが可能になることがわかる．同様の結果は，民間資本ストック K_t と GDP Y_t についても成立することを確認している．

図–3.10 は，二つのケースにおける家計の消費額 C_t の経年変化を示している．

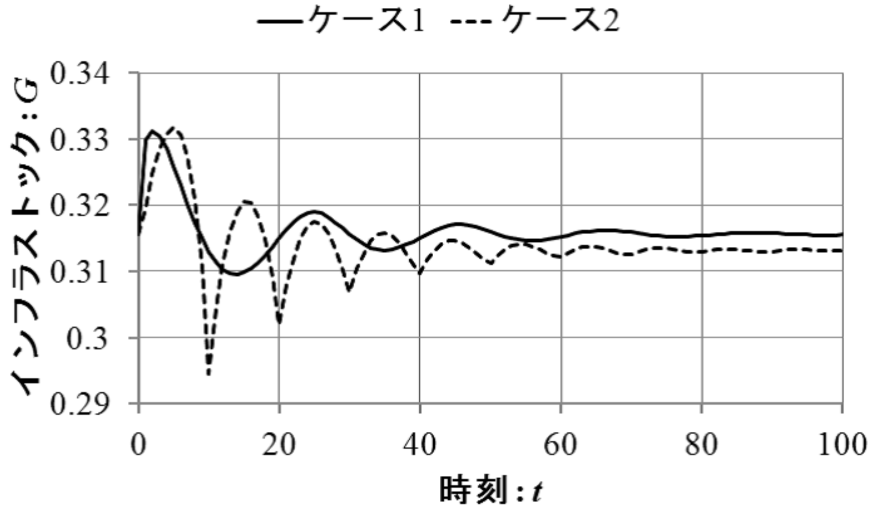

図 3.9: 長寿命化投資が社会資本ストックの時間推移に及ぼす影響

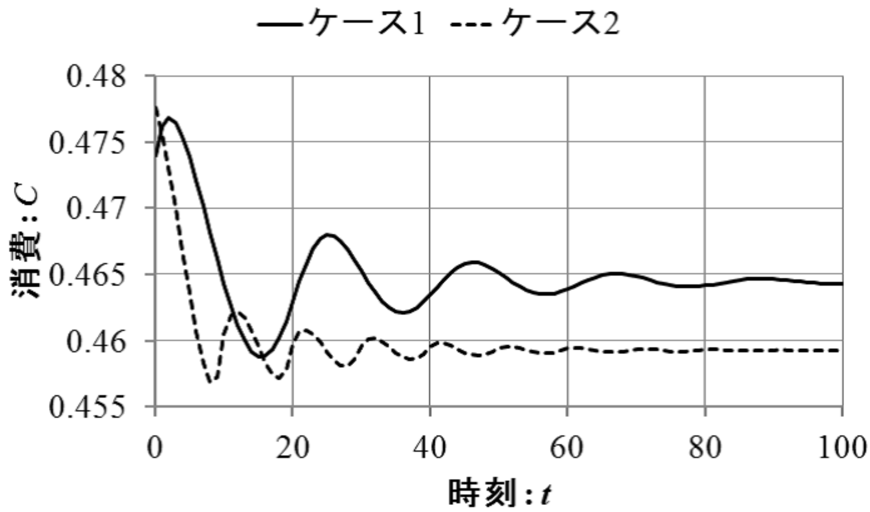

図 3.10: 長寿命化投資が消費の時間推移に及ぼす影響

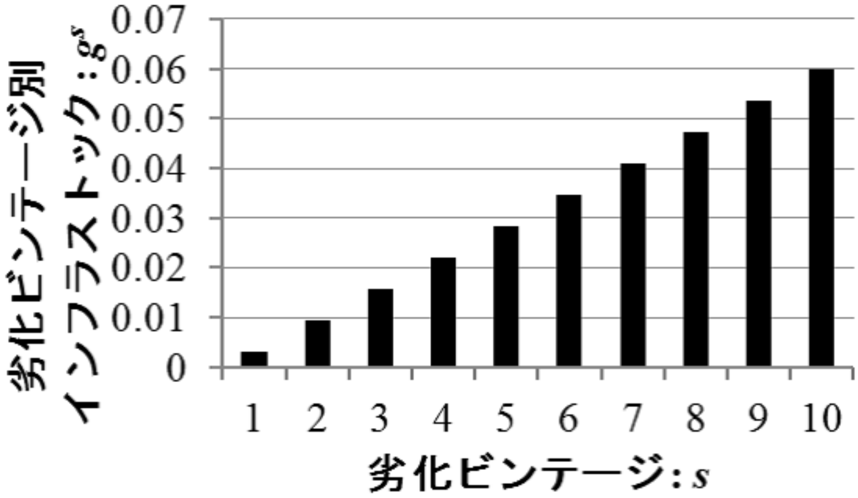

図 3.11: 初期時点の劣化ビンテージ別社会資本ストック (ケース X, Z)

長寿命化投資が家計の消費額の経年的変動に及ぼす影響は，資本ストックや GDP の場合とは異なった性質を持つ．まず，ケース 1 のように長寿命化投資を実施することによって削減されたライフサイクル費用を消費・投資に配分することにより，ケース 2 の場合と比較して家計消費額を通時的に増加させることが可能となる（ストック効果）．一方，長寿命化投資を行っても家計消費の周期的変動の振幅は縮小していない．ケース 1 の場合には長寿命化投資により獲得した余力を民間資本投資と社会資本投資に配分し，国全体の生産力を増加させ，家計の消費水準を増加させることが最適になると考えられる．その結果，家計の消費水準は増加するが，消費の周期変動の振幅はケース 2 の場合よりも大きくなったのだと考えられる．ケース 2 の場合には，投資余力が少ないため，家計消費の変動が少ない水準に留まるのだと考えられる．

3.5.4　長寿命化投資の経済便益

3.4.4 で定義した長寿命化投資を実施することによる経済便益を具体的なケースで計算する．ここでは，世代間公平性を表すパラメータ σ の値と，初期時刻に

表 3.1: 長寿命化投資の経済便益

ケース	$\sigma = 1$		$\sigma = 10$	
	W	X	Y	Z
$\overline{EV}$	0.0317	0.0450	0.0333	0.0440
$\overline{ES}$	0.0373	0.0373	0.0373	0.0373
$\overline{EL}$	−0.0055	0.0077	−0.0039	0.0067

おける劣化ビンテージ別社会資本ストックの分布に応じて，合計 4 通りのケース（W, X, Y, Z）を考える．ケース W とケース X では σ の値は 1，ケース Y とケース Z では σ の値は 10 とする．また，初期時刻における劣化ビンテージ別社会資本ストックは，ケース W とケース Y では**図–3.3** に示す通りであり，ケース X とケース Z では**図–3.11** に示す通りである．**図–3.11** に示す劣化ビンテージ別社会資本ストックのケースでは，**図–3.3** に示すものとは異なり，初期時刻から多額の社会資本の更新費用が必要になる．ケース W, X, Y, Z の全てにおいて，σ を除くパラメータ設定，および，初期時刻における民間資本ストックは，**3.5.2** の事例と同じものを用いる．これらのケースにおける長寿命化投資の経済便益を**表–3.1** に示す．全てのケースにおいて σ 以外のパラメータは同じであるため，社会資本の長寿命化が定常状態に与える影響も同一となる．したがって，社会資本長寿命化のストック効果の便益 $\overline{ES}$ は全てのケースで等しくなる．一方，社会資本長寿命化の平準化便益については，初期時刻における劣化ビンテージ別社会資本ストックと，世代間公平性パラメータ σ に応じて異なった値を取る．初期時刻において，健全な劣化ビンテージが偏在しており，社会資本更新費用が低い場合には，平準化便益は低くなり，負の値を取る．逆に，初期時刻において，劣化の進行した劣化ビンテージが偏在しており，社会資本更新費用が高い場合には，平準化便益は高くなり，正の値を取る．このように，平準化便益は，初期時刻における社会資本の劣化ビンテージの分布に応じて異なった値を取る．これは，割引因子 β のた

めに，将来の平準化便益が割引かれるため，平準化便益の恩恵を受ける世代が現在世代に近いほど，平準化便益が高く評価されるためだと考えられる．ケース W とケース Y では平準化便益が負の値となっている理由は，**3.5.3** で見たように，長寿命化投資を行っても，消費の変動が平準化されず，むしろ増幅するためだと考えられる．また，ケース X とケース Z では長寿命化投資の便益が正となっているが，その便益はストック効果の便益と比較して限定的なものである．本章のモデルが採用した前提の下では，世代間公平性に対する配慮，現時点における劣化ビンテージに関わらず，長寿命化投資の経済便益は主としてストック効果として現れていることになる．この理由は，消費の平準化が主として民間投資や社会資本投資を通じた更新費用の世代間移転によって達成されているため，長寿命化投資による消費の平準化の効果が相対的に小さくなることだと考えられる．したがって，民間投資や社会資本投資に投資の調整費用が存在する環境においては，長寿命化投資の平準化効果の便益はより高く評価されるようになると考えられる．このような，本章の想定とは異なる環境における平準化効果の分析は今後の課題である．

3.6 おわりに

本章では，社会資本の劣化過程をマルコフビンテージモデルにより表現し，長寿命化投資による社会資本劣化過程の制御を表現した動学的最適社会資本投資モデルを定式化した．その上で，世代間公平性を考慮した社会資本関連費用の平準化過程の分析，および，社会資本の長寿命化の経済効果に関して分析を試みた．分析を通じて，一国の経済を対象とするマクロな視点から社会資本の長寿命化投資の効果を見るとき，長寿命化投資は二種類の効果を通じて社会厚生の増進に寄与することを示した．第一に、長寿命化投資は社会資本のライフサイクルコスト

を縮減し，経済全体の投資額を増加させることを通じて，家計の長期的な消費額の増加をもたらす（ストック効果）。第二に，長寿命化投資は更新費用の変動の平準化をもたらすことを通じて，更新費用の負担に関する世代間公平性の改善に寄与する（平準化効果）．さらに，長期的には，ストック効果と平準化効果の便益は独立に評価しうること，および，ストック効果の便益は世代間公平性に対する配慮とは無関係に評価しうることを考察した．また，民間投資や社会資本投資を通じた更新費用の世代間移転も，社会資本関連費用の負担の世代間の平準化を図る上で有用であることが示された．将来の社会資本の更新費用を平準化するように社会資本投資タイミングの制御を行ったり，社会資本の更新費用が低い時期に民間資本を蓄積し，社会資本の更新費用が高い時期に民間資本を取り崩したりすることで，世代間公平性の観点からより望ましい動学的資源配分を実現することができる．特に，社会資本の更新費用が低い時期に民間資本の蓄積を行うことは，将来の社会資本関連費用の増加に備えた基金の積み立てと解釈することが可能であり，このような基金の積み立ての有効性を示している．

言うまでもなく，本章で提案した動学的最適社会資本投資モデルは，社会的最適な動学的資源配分を求める枠組みの下で，最適社会資本投資政策を分析することを目的としている．そのため，いくつかの厳しい前提条件を設けている．社会資本の維持管理の効率化，更新需要の平準化に関する理論的知見を得るために，今後に多くの課題が残されている．第 1 に，社会資本更新需要の平準化に関する議論は，原則として維持管理費の財源として起債が不可能である等，政府の予算制約に起因する部分が少なくない．本研究で提案したモデルは，政府の予算制約を明示的に考慮しておらず，予算制約下における社会資本投資政策を分析することは不可能である．今後は，政府の予算制約を考慮した分権的動学モデルを定式化することにより，second best の社会資本投資政策を分析することが必要であ

る．第 2 に，本研究では長寿命化投資による社会資本更新需要の平準化効果の分析に焦点を絞るために，人口が経年的に一定である定常的な社会を想定した．しかし，人口減少，高齢化社会における社会資本の維持管理に関しては，将来時点における社会資本関連経費の調達が課題になることから，社会資本除却による社会資本ストックの減少政策も検討対象として取り上げることが必要となる．この問題を分析するためには，社会資本の劣化速度だけでなく，必要とされる社会資本ストックの変化速度，経済成長率，租税人口減少率といった変数を明示的にとりあげ，社会資本ストックの持続可能性について分析することが必要となる．第 3 に，本研究では同時刻に存在する世代間で社会資本関連費用を移転するための財務的政策をとりあげていない．社会資本関連費用の負担に関する世代間公平性を高めるためには，同時刻に存在する世代間の所得移転を明示的に考慮したような最適社会資本投資政策についても分析することが必要である．

3.7 付録 I：マルコフビンテージモデルにおける平準化効果

長寿命化投資には，余寿命分布の期待値を延ばす効果と，余寿命分布の分散を大きくする効果が存在する．議論の簡略化のために，単位期間中に劣化ビンテージ s の社会資本の劣化が進行する推移確率 ϕ_s は通時的に一定と仮定する．ある時点において劣化ビンテージが s である社会資本が，劣化ビンテージ $s+1$ の社会資本に移行するまでに要する期間長を確率変数 x_s を用いて表す．劣化ビンテージ s の社会資本が，1 期間で劣化ビンテージ $s+1$ の社会資本に移行する確率は ϕ_s である．また，x_s 期間で移行する確率は，$(1-\phi_s)^{x_s-1}\phi_s$ と表される．よって，確率変数 x_s の期待値は，

$$E[x_s] = \sum_{x_s=1}^{\infty} x_s(1-\phi_s)^{x_s-1}\phi_s = \frac{1}{\phi_s} \tag{3.31}$$

となる．同様に，確率変数 x_s の分散は，

$$V[x_s] = \sum_{x_s=1}^{\infty}\left(x_s - \frac{1}{\phi_s}\right)^2 (1-\phi_s)^{x_s-1}\phi_s = \frac{1}{\phi_s^2} - \frac{1}{\phi_s} \tag{3.32}$$

となる．式 (3.31)，(3.32) より，ϕ_s が減少すると，x_s の期待値と分散が増加することを確認できる．

ある時点において劣化ビンテージが s である社会資本が，更新が必要となる劣化ビンテージ $\bar{s}$ までに到達するまでの期間長 (余寿命) を X_s とすると，

$$X_s = \sum_{i=s}^{\bar{s}-1} x_i \tag{3.33}$$

が成立する．確率変数 $x_s, x_{s+1}, \cdots, x_{\bar{s}-1}$ は互いに独立であること，および，式 (3.33) より，劣化ビンテージ s の社会資本の余寿命 X_s の期待値と分散は，

$$E[X_s] = \sum_{i=s}^{\bar{s}-1} E[x_i] \tag{3.34-a}$$

$$V[X_s] = \sum_{i=s}^{\bar{s}-1} V[x_i] \tag{3.34-b}$$

となる．ϕ_s が減少すると x_s の期待値と分散が増加する．また，式 (3.34-a) と (3.34-b) より，ϕ_s が減少すると，社会資本の余寿命の期待値と分散が増加する．余寿命分布の期待値は，初期時点 $t = 0$ における劣化ビンテージ別の社会資本の余寿命の期待値の加重平均として求められるので，ϕ_s が減少すると余寿命分布の期待値は増加する．一方，余寿命分布の分散については，初期時点における劣化ビンテージ分布に依存するため，ϕ_s の減少により分散が増加するとは限らない．ただし，初期時点における劣化ビンテージ別の社会資本ストックの分布が，特定の劣化ビンテージに偏っている場合には，ϕ_s の減少により余寿命分布の分散も増加すると考えられる．例えば，初期時点において劣化ビンテージ 1 の社会資本しか存在しない場合，ϕ_s の減少により余寿命分布の分散は明らかに増加する．

3.8 付録 II：σ の値と定常状態の関係

定常状態における各変数の値を求めるには，式 (3.9-b)–(3.9-g)，式 (3.11-a)–(3.11-h) の式に対して，各変数を $x_t = x_{t+1} = x^*$ のように置き換え，x^* に関する連立方程式を解けばよい．

$\sigma = \sigma^A$ のときの定常状態における各変数の値が $x^*(\sigma^A)$ として求められたとする．このとき，$\sigma = \sigma^B \neq \sigma^A$ のときの定常状態における各変数の値を $x^*(\sigma^B)$ とすると，$x^*(\sigma^B)$ の値は，$x^*(\sigma^A)$ を用いて以下のように表せる．まず，変数 $Y, C, I^k, I^g, M, G, K, \{g^s\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$ については，$x^*(\sigma^B) = x^*(\sigma^A)$ とする．ラグランジュ乗数 λ については，

$$\lambda^*(\sigma^B) = \left(\frac{C^*(\sigma^A)}{\bar{L}}\right)^{-\sigma^B} \tag{3.35}$$

とする．その他のラグランジュ乗数に関しては，$\chi^k(\sigma^B), \xi(\sigma^B), \chi^{g,s}(\sigma^B) (1 \leq s < \bar{s})$ を，

$$x^*(\sigma^B) = \frac{\lambda^*(\sigma^B)}{\lambda^*(\sigma^A)} x^*(\sigma^A) \tag{3.36}$$

を用いて定義する．以上のように定義した $x^*(\sigma^B)$ は，$\sigma = \sigma^B$ のときの式 (3.9-b)–(3.9-g)，式 (3.11-a)–(3.11-h) を全て満たすことを確認できる．よって，σ の値は，定常状態における資本ストックや消費の水準には影響を及ぼさない．

3.9 付録 III：比較動学の誘導過程

$C^* = Y^* - I^{k*} - I^{g*} - M^*$ が成立することから，

$$\begin{aligned} dC^* &= dY^* - dI^{k*} - dI^{g*} - dM^* \\ &= -\frac{\phi_{1\gamma}}{1-\alpha_k-\alpha_g} \frac{1}{G^{*\alpha_g - 1} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k}} \Big[(2-\alpha_k-\alpha_g) G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} \\ &\quad -\delta_k K^* - \frac{1-\alpha_k}{\alpha_g} G^*(\phi_1 + m) \Big] d\gamma_1 \end{aligned} \tag{3.37}$$

が成立する．式 (3.14-a)–(3.14-c) より，

$$\delta_k K^* = \alpha_k G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} - \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) K^* \tag{3.38-a}$$

$$\frac{1-\alpha_k}{\alpha_g} G^*(\phi_1 + m) = (1-\alpha_k) G^{*\alpha_g} K^{*\alpha_k} \bar{L}^{1-\alpha_k} - \frac{1-\alpha_k}{\alpha_g}\left(\frac{1}{\beta} - 1\right) G^* \tag{3.38-b}$$

を得る．これを式 (3.37) に代入すれば，式 (3.20) を得る．

参考文献

[1] 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.

[2] 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136，2005.

[3] 貝戸清之，熊田一彦，林秀和，小林潔司：階層型指数劣化ハザードモデルによる舗装ひび割れ過程のモデル化，土木学会論文集 F，Vol.63，No.3，pp.386-402，2007.

[4] 林秀和，貝戸清之，熊田一彦，小林潔司：競合的劣化ハザードモデル：舗装ひび割れ過程への適用，土木学会論文集 D，Vol.65，No.2，pp.143-162，2009.

[5] 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801，I-73，pp.83-96，2005.

[6] 青木一也，山本浩司，小林潔司：時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修モデル，土木学会論文集 F，Vol.62，No.2，pp.240-257，2006.

[7] 小林潔司，江口利幸，大井明，青木一也，貝戸清之：劣化過程の不確実性を考慮した路面性状調査の最適実施方策，土木学会論文集 E1（舗装工学），Vol.67，No.2，pp.75-90，2011.

[8] 横松宗太，江尻良，小林潔司 : インフラストラクチャ管理のための経済会計情報，土木計画学研究・論文集，Vol.21，No.1，pp.155-166，2004.

[9] Johansen, L.: Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth, *Econometrica*, Vol.29, pp.157-176, 1959.

[10] Solow, R.: Investment and Technological Progress, in: Arrow, K., Karlin, S. and Suppes, P. (Eds.), *Mathematical Methods in Social Sciences 1959*, pp.89-104, Stanford University Press, 1960.

[11] Boucekkine, R., de la Croix, D. and Licandro, O.: Vintage Capital Growth Theory: Three Breakthroughs, *UFAE and IAE Working Papers 875.11*, Unitat de Fonaments de l'Analisi Economica (UAB) and Institut d'Analisi Economica (CSIC), 2011.

[12] 国土交通省：平成 23 年度国土交通白書，2011.

[13] Tobin, J.: A General Equilibrium Approach to Monetary Theory, *Journal of Money Credit and Banking*, Vol.1, No.1, pp.15-29, 1968.

第4章　動学的一般均衡モデルによる社会資本投資政策の世代別帰着便益分析

4.1　緒言

今後の日本では，人口の減少と高齢化の進展に伴い，国・地方の財政的な制約が厳しくなっていくことが予想されている．勤労者世代の人口の減少が税収の増加を困難にするとともに，高齢者世代の人口の増加は高齢者に給付される社会保障費の増加をもたらす．このように厳しい財政的な制約の中で，社会資本投資事業の効果を詳細に評価すること，そして，必要な事業であればその財源を適切な手段により確保していくことが，今後ますます重要になっていくと考えられる．

社会資本は一般に長い耐用年数を持っており，投資事業により整備された社会資本は，除却もしくは更新されるまでの数十年以上の期間にわたり，便益を生み出し続ける．したがって，投資事業の便益は非常に幅広い世代に対して，異なる割合で帰着することになる．また，投資事業の費用は，その調達方法（税金，起債，基金等）に依存して，世代ごとに異なる割合で帰着する．この便益と費用の世代別の帰着分布が，社会的な公正性の観点から見て望ましくない場合には，投資事業の費用の調達方法を工夫することにより，公正性の高い費用と便益の世代間配分を実現することが求められると言える．そのためには，社会資本投資事業，および，その費用の調達方法が，世代別の厚生に与える影響を評価する必要がある．同様の議論は，社会資本の長寿命化投資についても成立する．**3章**で見たよ

うに，社会資本の長寿命化投資は，ストック効果や平準化効果を通じて将来世代の厚生を増加させる．よって，長寿命化投資についても，その便益の世代別の帰着分布の性質について，費用の調達方法と併せて評価する必要があると言える．

また，投資事業の便益は長期間にわたり発生するため，事業の便益の割引現在価値は，社会的割引率の値に大きく依存する．したがって，適切な社会的割引率を用いなければ，資源の効率的な活用の観点から必要な事業を不要と評価する可能性がある．しかし，人口の減少と高齢化の進展に伴い経済環境が変化する中で，過去の異なる経済環境の下で定められた割引率が，効率性の観点から見て適切となる保証は無い．効率性の高い社会資本投資政策の実施のためには，人口減少・高齢化社会における社会的割引率の調整について議論する必要がある．また，この際，そのような調整の妥当性について，世代間公平性の観点から検討を行うことも必要である．

社会資本投資事業の便益やその空間的な帰着分布の評価に関しては，従来より，空間的応用一般均衡（SCGE）モデルを用いた分析が行われてきた．また，経済成長や資本蓄積などの動学的な現象を考慮に入れた分析が可能な，動学的応用一般均衡（Dynamic CGE, DCGE）モデルを用いて，社会資本投資事業の便益の空間的な帰着分布を分析した研究も存在する．しかしながら，社会資本投資事業の便益の世代別の帰着分布に関して動学的一般均衡（DGE）モデルを用いて分析を行った研究は限られている．本章は，政府の予算制約を明示的に考慮した，世代重複モデル型の動学的一般均衡モデルを構築する．その上で，社会資本の投資政策と長寿命化政策，および，その資金の調達方法が，世代別の厚生に与える影響を分析する．また，将来の人口動態や技術水準の推移に応じた，社会的割引率の効率的な調整について分析を行う．さらに，このような割引率の調整が各世代の厚生に与える影響についても考察を行う．分析は数値シミュレーションにより行

うが，その際，現実の日本の社会経済データを用いて，できる限り妥当と考えられるパラメータ設定の下でシミュレーションを行う．以下，**4.2.** では，本章の基本的な考え方を述べる．**4.3.** では，分析に用いるモデルの定式化を行う．**4.4.** では，社会資本の投資政策と長寿命化政策の純便益の世代別の帰着分布に関する分析を行う．**4.5.** では，将来の人口動態や技術水準の推移に応じた効率的な社会的割引率の調整について分析するとともに，このような割引率の調整が各世代の厚生に与える影響について，世代間公平性の観点から考察を行う．

4.2 本章の基本的な考え方

4.2.1 動学的一般均衡モデルの概要

従来より，社会資本投資事業の経済的な便益を評価する手段として応用一般均衡（CGE）モデルが活用されてきた．特に，地域間物流や地域間人流を表現した空間的応用一般均衡（SCGE）モデルは，政策が地域別・産業別の経済活動に与える影響や，政策実施の便益の空間的な帰着分布を分析可能であるため，交通整備事業をはじめとする社会資本投資事業の効果の分析に利用されている [1], [2]. 応用一般均衡モデルは，静学的なモデルと動学的なモデルに分類することが可能であり，後者は特に動学的応用一般均衡（DCGE）モデルと呼ばれることがある [3]．動学的応用一般均衡モデルは，内生変数の時間的推移を分析可能な応用一般均衡モデルであり，経済成長や資本蓄積，人口構成の変遷など，動学的な現象を考慮したうえで政策の評価を行うことが可能なモデルである．

DCGE モデルは，将来時点の社会経済環境に関する変数が現在時点の主体（家計や企業等）の行動に影響を与えるモデルと，そうでないモデルに分けることができる [3], [4]．前者は rational expectations（合理的期待）モデルや forward looking モデルと呼ばれる．また，後者は recursive dynamic（逐次動学）モデルや backward looking モデルと呼ばれる．合理的期待モデル，逐次動学モデルともに，様々な

動学的応用一般均衡モデルが開発されており，社会資本投資政策の評価にも応用されている．例えば，檜垣ら [2] は逐次動学の動学的 SCGE モデルを用いて，港湾整備の便益評価を行っている．また，小池ら [5] は，合理的期待の CGE モデルを用いて，社会的に最適な社会資本投資水準に関する分析を行っている．

合理的期待を採用した動学的一般均衡モデルは，家計が無限の計画期間を持つモデルと，有限の計画期間を持つモデルに分類できる．前者は，古典的な Ramsey モデル [6] と同様に，王朝型の効用関数を持つ家計を想定している．すなわち，家計は自らの子孫の効用も考慮して消費・貯蓄の意思決定を行うと仮定する．後者は世代重複モデルであり，家計は自らの子孫の効用は考慮せずに消費・貯蓄の意思決定を行うと仮定する．伴 [3] は前者の枠組みを用いて，多地域の DCGE モデルを開発している．世代重複型の一般均衡モデルは，人口構成の変遷に関わる経済問題を分析する際に多用されている．例えば，De Nardi et al.[7] は，世代重複型の一般均衡モデルを用い，アメリカの経済を対象として，人口の減少と高齢化が進行する社会における社会保障制度と税制について分析を行っている．こうした研究で採用されているモデルの多くは，産業を一部門に集約化したモデルであり，応用一般均衡モデルではない（単に動学的一般均衡モデルや DGE モデルと呼ばれる）．ただし，多部門の産業を表現した世代重複型 CGE モデルも開発されている [5], [8]．世代重複型の DGE モデルには，政策の実施が各世代の家計の厚生に与える影響を明示的に評価可能であるという利点が存在する．本章では，産業を一部門に集約化した世代重複型 DGE モデルを用いて，社会資本投資政策の純便益の世代別の帰着分布に関する分析を行う．

4.2.2　世代間会計と本章の分析の関係

財政政策を分析する経済学の分野においては，世代間会計（generational accounting）と呼ばれる財政の持続可能性を分析する手法が存在する [11]．この手法は，

政府の通時的な予算制約が満たされるという前提の下で，現在から将来にわたる各世代の税金の純負担額（生涯に政府に支払う税金と政府から受け取る給付の差額の割引現在価値の総額）を計算するものであり，Kotlikoff[12] によって開発された．この手法を用いると，社会保障制度や税制について，財政の持続可能性や世代間公平性の観点から議論することができる．この手法は，日本をはじめとする多くの国の政府機関により，財政の持続可能性の分析に応用されている [13].

本章は，世代間公平性の観点から社会資本投資政策の世代別帰着便益を分析するという意味では，世代間会計と似た視点を持っている．しかし，世代間会計は本章の分析に用いることはできない．世代間会計は，経済活動や家計・企業の行動に関するモデルを必要とせず，政府の通時的な予算制約式のみから世代別の税金の純負担額を計算する．これは，手法の扱いやすさや客観性の観点からは長所となるが，同時に手法の適用限界をもたらす．社会資本投資政策の便益は，経済の生産性の向上による国民所得の増加や，生活環境の向上による国民の厚生の増進の形で現れる．これらの便益は，経済活動や家計の選好を表現するモデルを用いなければ評価することができない．また，社会資本投資は生産性の向上による国民所得の増加を通じて，税収の増加等をもたらし，政府の通時的な予算制約にも影響を及ぼす．世代間会計では，このような影響を評価することもできない．社会資本投資政策の純便益の世代別の帰着分布を分析するためには，本章が分析に用いる DGE モデルのように，社会資本の効果を明示的に表現した経済モデルが必要となる．

4.2.3　世代重複型 DGE モデルと社会資本投資政策分析

世代重複型の DGE モデルを用いて社会資本投資政策を分析した研究としては，小池ら [5] と川出ら [9] が存在する．小池らのモデルは多部門 DCGE モデルであり，川出らのモデルは一部門 DGE モデルである．どちらの研究においても，数

値シミュレーションにより分析が行われている．小池らは社会厚生関数を定義し，社会的に最適な社会資本投資ルールについて分析を行っている．ただし，政策が世代別の厚生に与える影響については分析していない．川出らは公共投資・公債残高・税率の時間推移についていくつかの外生的なシナリオを設定し，経済活動や家計の厚生水準をシナリオ間で比較している．その上で，増税により公共投資を増やす場合，現在世代は課税のコストを払うにもかかわらず，社会資本の便益を十分受けられずに亡くなってしまうため，生涯効用が低下するのに対して，将来世代は社会資本の便益を多く受けるため，生涯効用が増加することを示している．

本章では，社会資本投資政策と事業費用の調達方法（増税・起債・基金の積み立て）の組み合わせにより，社会資本投資政策の純便益の世代別の帰着分布がどのように変化するのかを詳細に分析する．世代重複型の DGE モデルにおいては，公債の発行により将来世代から現在世代への所得移転を行うことや，基金の積み立てにより現在世代から将来世代への所得移転を行うことができる [10]．川出ら [9] も，財政赤字を伴う公共投資が各世代の厚生に与える影響を分析しているが，そこでは，発行した公債を償還せずに公債残高を一定に保つような政策が考えられている．その結果，財政赤字を伴う公共投資が現在世代の厚生を改善する一方で，将来世代の厚生を犠牲にするとともに，将来世代の厚生の世代間格差を拡大することを示している．しかし，これは数値シミュレーションのシナリオに依存した結果であると考えられる．財政赤字を伴う社会資本投資が将来世代の厚生を改善するか否かは，公債残高や発行された公債の返済計画に依存する．実際，本章の分析事例においては，財政赤字を伴う社会資本投資が将来世代の厚生を改善することが示される．また，本章では，社会資本の長寿命化政策についても，その純便益の世代別の帰着分布を分析する．その上で，社会資本投資政策と社会資本長寿命化政策の純便益の世代別の帰着分布の性質について，将来世代ほど長寿

命化政策の便益を大きく受けるという点において，類似性があることを指摘する．

社会資本の生み出す便益の大きさは，投資事業の費用の調達方法だけではなく，将来の人口構成や技術水準の推移にも依存する．人口減少や高齢化が進行する場合や，技術革新が進まない場合には，将来の生産活動が低下するために社会資本の生み出す便益も低下する．効率性の観点からは，純便益が正ではない投資事業は行うべきではないから，人口や技術水準が低く推移する場合には，社会資本投資事業が行いにくくなる．しかし，人口や技術水準が低く推移する場合には，将来世代の厚生水準も低下することに注意する必要がある．社会資本投資を安易に大きく減らせば，将来世代は生産活動の低下による厚生の低下に加え，社会資本ストックの減少による厚生の低下も受けることになる．**2 章**でも見たように，世代間公平性の観点から，このような将来世代の厚生の低下を抑えるべきという考えに立つのであれば，社会的割引率を下げ，将来の便益を高く評価する必要がある．本章は，内生的に定まる利子率を社会的割引率として用いて費用便益分析を行うことにより，効率性の観点から望ましい社会資本投資政策が実施されるのみならず，世代間公平性の観点からも，ある程度，望ましい社会資本投資が行われることを指摘する．

以上のように，社会資本の長寿命化政策の純便益の世代別の帰着分布や，将来の人口構成と技術水準の推移が効率的な社会的割引率の水準に与える影響に関して分析や考察を行った研究は，筆者らの知る限り存在しない．

4.3 モデルの定式化

4.3.1 人口動態

時間を $t = 0, 1, 2, \cdots$ のように離散的に表現する．1 期間は 1 年に相当する．$t = 0$ は現在時刻を表す．ある時刻 t において国内に存在する家計は，その年齢 s に応じて，$s = 0, 1, 2, \cdots, J$ の $J + 1$ 種類の家計に分類される．年齢 $s = 0$ は，家計が

経済活動に参入する年齢を表す（個人が出生した年齢ではない）．年齢 $s = J$ は，家計が生存できる限界の年齢であり，この年齢の家計はその年の期末に確実に死亡する．また，年齢が $s < J$ の家計であっても，その年の期末に一定の確率で死亡する．ある時点において年齢 0 である家計が，年齢 s $(0 \leq s \leq J+1)$ になるまで生存し続けられる確率を Φ_s と表す．医療技術の進歩による平均寿命の増加は考えず，Φ_s は通時的に一定の値を取ると仮定する．定義上，Φ_s は以下の条件を満たす必要がある．

$$1 = \Phi_0 \geq \Phi_1 \geq \Phi_2 \geq \cdots \geq \Phi_J > \Phi_{J+1} = 0 \tag{4.1}$$

時刻 t において年齢 s である家計の人口を $N_{s,t}$ で表す．この人口は十分に大きく，個々の家計の寿命に不確実性が存在するとしても，各年齢の家計の総人口の推移過程には不確実性が存在しない．時刻 t において年齢 s である家計の人口のうち，期末に死亡せずに来年の期首を迎えることができる家計の割合は Φ_{s+1}/Φ_s と表すことができる．よって，年齢別の家計の総人口の推移に関して，以下の式が成立する．

$$N_{s+1,t+1} = \frac{\Phi_{s+1}}{\Phi_s} N_{s,t} \qquad (0 \leq s \leq J) \tag{4.2}$$

初期時刻 $t = 0$ における年齢別の家計の人口 $\{N_{s,0}\}_{s=0}^{J}$，および，$t = 1$ 以降における年齢 0 の家計の人口 $\{N_{0,t}\}_{t=1}^{\infty}$ は外生的に与えられる．$N_{s,t}$ $(1 \leq s \leq J, t \geq 1)$ については，外生的に与えられる人口を基に，式 (4.2) を用いて計算できる．

人口動態に関する集計的な数値として，総人口と高齢者人口の定義を行う．時刻 t における総人口 TN_t は，その時刻における家計の総数に一致する．

$$TN_t = \sum_{s=0}^{J} N_{s,t} \tag{4.3}$$

この総人口の定式化は，経済活動に参入していない個人の人口を無視している．家計は年齢 $s = R$ $(0 < R \leq J)$ に退職し，それ以降の年齢においては労働力の供給

を行わない．労働力の供給を行わない家計を高齢者の家計として定義し，高齢者の家計の総数を高齢者人口として定義する．このとき，時刻 t における高齢者人口 EN_t は，

$$EN_t = \sum_{s=R}^{J} N_{s,t} \tag{4.4}$$

と表すことができる．

4.3.2　家計の行動

年齢が $0 \leq s < R$ の家計の所得は，労働力の供給により得られる賃金，政府から給付される社会保障費，遺産相続の三つから構成される．家計は，これらの所得から消費活動への支出を行うとともに，余った所得を貯蓄する．この関係を，以下の予算制約式により表す．

$$\begin{aligned} & \omega_{s,t} + (1 - \tau_{w,t}) e_s w_t + ss + beq_t \\ = \quad & (1 + \tau_{c,t}) c_{s,t} + \frac{\omega_{s+1,t+1}}{1 + r_t} \qquad (0 \leq s < R) \end{aligned} \tag{4.5}$$

この予算制約式は，時刻 t において年齢 s の家計の一期間の予算制約式を表す．$\omega_{s,t}$ は時刻 t において年齢 s の家計の保有資産額を表す．w_t は時刻 t において労働力 1 単位の供給に対して支払われる賃金を表す．家計が保有する労働力は年齢によって異なる．e_s は年齢 s の家計が保有する労働力を表す外生的な定数である．$\tau_{w,t}$ は時刻 t において賃金に課税される所得税率を表す．ss は年齢に依存せず給付される社会保障費を表す．この社会保障費の金額は通時的に一定である．beq_t は時刻 t における家計の遺産相続額を表す．本章のモデルにおいては，家計が一定の確率で死亡するため，死亡した家計の資産が遺産として他の家計に相続される．この遺産は，全ての家計が均等に相続するとし，その金額を beq_t で表す．beq_t の決まり方については，後に定式化を行う．$c_{s,t}$ は時刻 t において年齢 s の家計の消

費額を表す．$\tau_{c,t}$ は時刻 t において消費に課税される消費税率を表す．r_t は時刻 t における金利を表す．$\omega_{s+1,t+1}/(1+r_t)$ は，時刻 t の期末において年齢 s の家計が保有する資産額を表す．この資産には r_t の金利が付くため，翌年の時刻 $t+1$ において年齢 $s+1$ となった家計は $\omega_{s+1,t+1}$ の金額の資産を保有することになる．このように，本章では，金利の受取・支払いを明示的に表さない予算制約式の定式化を用いる [14].

年齢が $R \leq s \leq J$ の高齢者の家計の所得は，政府から給付される社会保障費と遺産相続の二つから構成される．家計は，これらの所得と蓄積した資産から消費活動への支出を行う．この関係を，以下の予算制約式により表す.

$$\begin{aligned} & \omega_{s,t} + ss + sse + beq_t \\ = \quad & (1+\tau_{c,t})c_{s,t} + \frac{\omega_{s+1,t+1}}{1+r_t} \qquad (R \leq s \leq J) \end{aligned} \tag{4.6}$$

ここで，sse は高齢者に対してのみ支給される社会保障費を表す．この社会保障費の金額は通時的に一定である．高齢者の家計も勤労者世代の家計と同様に，年齢に依存せず給付される社会保障費 ss を受け取る．sse の値を正に設定することにより，高齢者人口の増加による社会保障費の給付額の増加を表現することができる．年齢 0 の家計は，資産を保有しない状態で経済活動に参入する．また，年齢 J の家計は，保有する資産を全額消費に支出する（負債を抱えている場合には負債を全額返済する）．よって，以下の式が成立する．

$$\omega_{0,t} = 0 \tag{4.7-a}$$

$$\omega_{J+1,t+1} = 0 \tag{4.7-b}$$

時刻 t において年齢 j の家計は，以上の予算制約に関する条件の下で，以下の期待生涯効用 $U_{j,t}$ を最大化するように現在から将来にわたる消費額の流列を決定

する．

$$U_{j,t} = E\left[\sum_{s=j}^{J} \beta^{s-j} u(c_{s,t+s-j}, gp_{t+s-j})\right] \tag{4.8}$$

ここで，β は家計の効用の割引因子を表す定数であり，$\beta > 0$ を満たす．関数 u は家計の 1 期間の効用を表す関数である．gp_t は，時刻 t における単位人口当たりの社会資本ストックであり，時刻 t における国内の総社会資本ストックを G_t とするとき，以下の式で表される．

$$gp_t = \frac{G_t}{TN_t} \tag{4.9}$$

家計の効用関数に社会資本ストックが入っているのは，社会資本に家計の効用を直接的に増加させる厚生効果 [15] が存在すると仮定していることによる．道路の整備により私的トリップが行いやすくなる便益や，公園の整備によりレクリエーションの質が向上する便益などは，社会資本の厚生効果を表す．単位人口当たりの社会資本ストックを用いている理由は，混雑効果を簡便に表現することである．本章は，家計の 1 期間の効用関数を以下のように定式化する．

$$u(c, gp) = \begin{cases} \ln(c-\psi) + \gamma \ln gp, & (\sigma = 1) \\ \frac{(c-\psi)^{1-\sigma} gp^{\gamma(1-\sigma)} - 1}{1-\sigma}, & (\sigma \neq 1) \end{cases} \tag{4.10}$$

ここで，σ は家計の異時点間の代替の弾力性の逆数を表す正の定数である．ψ は生活に必要な最低限度の消費額を表す定数である．γ は社会資本の厚生効果の大きさを表す定数である．$\sigma = 1$ のときには，消費の効用と社会資本の効用が分離可能になるため，γ の大きさは家計の消費行動に影響を与えなくなる．式 (4.8) の E は，期待値を取る記号を表す．家計は死亡した時刻以降の効用を得ることができないため，家計の生涯効用には不確実性が存在する [10]．現時点において年齢 j の家計が年齢 s になるまで生存し続けられる確率は Φ_s/Φ_j であるから，式 (4.8) の右辺の期待値を評価すると，$U_{j,t}$ は以下のように表すことができる．

$$U_{j,t} = \sum_{s=j}^{J} \beta^{s-j} \frac{\Phi_s}{\Phi_j} u(c_{s,t+s-j}, gp_{t+s-j}) \tag{4.11}$$

以下では，家計の予算制約に関する条件の下で，式 (4.11) により表される期待生涯効用を最大化するような消費額の流列を求める．式 (4.5), (4.6) により表される予算制約を，一つの予算制約式に統合すると，以下の式が得られる．

$$\omega_{j,t} + PI_{j,t} = \sum_{s=j}^{J} \rho_{t,t+s-j}(1+\tau_{c,t+s-j})c_{s,t+s-j} \tag{4.12}$$

ここで，$\rho_{t,\tau}$ は，時刻 t の消費財の価値を基準にしたときの時刻 τ ($\tau \geq t$) の消費財の価値を表す変数であり，

$$\rho_{t,\tau} = \begin{cases} 1, & (\tau = t) \\ \prod_{i=t}^{\tau-1} \frac{1}{1+r_i}, & (\tau > t) \end{cases} \tag{4.13}$$

と表される．式 (4.12) の右辺は，家計の生涯の消費額の割引現在価値の総和を表す．また，$PI_{j,t}$ は，家計の生涯の所得の割引現在価値の総和を表し，

$$\begin{aligned} PI_{j,t} = & \sum_{s=j}^{R-1} \rho_{t,t+s-j}[(1-\tau_{w,t+s-j})e_s w_{t+s-j} + ss + beq_{t+s-j}] \\ & + \sum_{s=R}^{J} \rho_{t,t+s-j}[ss + sse + beq_{t+s-j}] \qquad (0 \leq j < R) \end{aligned} \tag{4.14-a}$$

$$PI_{j,t} = \sum_{s=j}^{J} \rho_{t,t+s-j}[ss + sse + beq_{t+s-j}] \qquad (R \leq j \leq J) \tag{4.14-b}$$

と表される．式 (4.12) を用いると，家計の効用最大化問題は，

$$\max_{\{c_{s,t+s-j}\}_{s=j}^{J}} U_{j,t} \qquad s.t. \ (4.12) \tag{4.15}$$

と表される．この解を求めると，

$$c_{s,t+s-j} = \frac{\omega_{j,t} + PI_{j,t} - \sum_{i=j}^{J} \rho_{t,t+i-j}(1+\tau_{c,t+i-j})\psi}{\sum_{i=j}^{J} \rho_{t,t+i-j}(1+\tau_{c,t+i-j})X_{t,i,j}} X_{t,s,j} + \psi \tag{4.16}$$

が得られる．ただし，$X_{t,s,j}$ は，

$$X_{t,s,j} = \left[\beta^{s-j}\frac{\Phi_s}{\Phi_j}\left(\frac{gp_{t+s-j}}{gp_t}\right)^{\gamma(1-\sigma)} \frac{1}{\rho_{t,t+s-j}} \frac{1+\tau_{c,t}}{1+\tau_{c,t+s-j}}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{4.17}$$

と表される．家計は式 (4.16) に従い，消費・貯蓄を行う．

4.3.3 遺産

時刻 t における遺産の総額 Beq_t は，時刻 $t-1$ の期末から時刻 t の期首にかけて死亡する家計が保有していた資産の総額に等しい．時刻 $t-1$ において年齢が $s-1$ $(1 \leq s \leq J-1)$ であった家計のうち，時刻 $t-1$ の期末から時刻 t の期首にかけて死亡する家計の人口は $N_{s-1,t-1} - N_{s,t}$ であるから，

$$
\begin{aligned}
Beq_t &= \sum_{s=1}^{J} (N_{s-1,t-1} - N_{s,t})\omega_{s,t} \\
&= \sum_{s=1}^{J} \left(\frac{\Phi_{s-1}}{\Phi_s} N_{s,t} - N_{s,t} \right) \omega_{s,t} \\
&= \sum_{s=1}^{J} \left(\frac{\Phi_{s-1}}{\Phi_s} - 1 \right) N_{s,t}\omega_{s,t} \qquad (4.18)
\end{aligned}
$$

が成立する．遺産の総額の一部は政府により相続税として徴収される．時刻 t における相続税率を $\tau_{b,t}$ で表す．このとき，時刻 t において家計が相続する遺産の総額は $(1-\tau_{b,t})Beq_t$ と表すことができる．時刻 t において生存している全ての家計は同一の遺産額 beq_t を相続するので，

$$
beq_t = \frac{(1-\tau_{b,t})Beq_t}{TN_t} \qquad (4.19)
$$

が成立する．

4.3.4 企業の行動

国内に存在する企業を一つの代表的企業に集計化して表す．企業の生産する財は，消費財としても投資財としても利用することができる．この財を価値尺度財とする．企業は労働力と民間資本を投入してこの財を生産する．この企業の生産技術は，労働力と民間資本について収穫一定である．また，社会資本には企業の生産性を高める生産力効果が存在し，社会資本ストックが多いほどこの効果は強くなる．以上の前提の下に，この企業の生産技術を表す生産関数を次のように定

式化する．

$$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (A_t L_t)^{1-\alpha_k} \tag{4.20}$$

ここで，Y_t は時刻 t における財の生産量を表す．Y_t は時刻 t の GDP（国民総生産）も表す．K_t は時刻 t における民間資本ストックを表す．民間資本は企業が所有しており，企業は所有する民間資本を全て生産活動に投入する．L_t は時刻 t における企業の労働力の投入量を表す．A_t は時刻 t における企業の技術水準を表し，外生的に与えられる．時間の経過に伴い A_t を外生的に増加させることにより，ハロッド中立型の技術進歩を表現することができる．α_k は $0 < \alpha_k < 1$ を満たす定数である．α_g は社会資本の生産力効果の大きさを決める定数であり，$G_t^{\alpha_g}$ は社会資本の生産力効果を表す.

時刻 t における企業の利潤 π_t は，財を売ることによる収入 Y_t から，労働力の対価として支払う賃金 $w_t L_t$ を差し引いた金額となる．

$$\pi_t = Y_t - w_t L_t \tag{4.21}$$

この利潤の一部は法人税として政府に徴収される．また，利潤の一部は企業の民間投資に充てられる．残りの利潤は，配当として企業の所有者である株主に配分される．時刻 t における企業の配当総額 Dev_t は，次のように表される．

$$Dev_t = \pi_t - \tau_{k,t}(\pi_t - \delta_k K_t) - I_t^k \tag{4.22}$$

ここで，$\tau_{k,t}$ は時刻 t における法人税率を表す．δ_k は民間資本の減耗率を表す定数であり，$\delta_k K_t$ は民間資本ストックの減耗を表す．法人税は企業の利潤に対して課されるが，企業が所有する民間資本の減耗は利潤から控除される．よって，企業から徴収される法人税額は，式 (4.22) の右辺第 2 項により表される．I_t^k は時刻 t における民間投資額を表す.

時刻 $t=\tau$ を基準にしたときの企業の配当の割引現在価値の総額 Π_τ は，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Pi_\tau &= \sum_{t=\tau}^{\infty} \rho_{\tau,t} Dev_t \\ &= \sum_{t=\tau}^{\infty} \rho_{\tau,t}[(1-\tau_{k,t})\{G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k}(A_t L_t)^{1-\alpha_k} \\ &\quad -w_t L_t\} + \tau_{k,t}\delta_k K_t - I_t^k]\end{aligned} \tag{4.23}$$

Π_τ は，時刻 $t=\tau$ における企業の株式の時価総額となる．一般的な DGE モデルにおいては，企業は Π_τ を最大化するように，生産・投資の流列に関する意思決定を行う [14]．しかし，**4.4.** で述べるが，そのような定式化を行うと，モデルの出力結果のうち，金利か民間投資水準のどちらかが現実と大きく乖離してしまう．そこで本章では，企業は Π_τ ではなく，以下の $\tilde{\Pi}_\tau$ を最大化するように行動すると仮定する．

$$\tilde{\Pi}_\tau = \sum_{t=\tau}^{\infty} \left(\frac{1}{1+rp}\right)^{t-\tau} \rho_{\tau,t} Dev_t \tag{4.24}$$

ここで，rp は企業が民間投資を行う際の事業リスクの大きさを表す正の定数とする．$rp=0$ のとき，$\tilde{\Pi}_\tau$ は Π_τ に一致する．企業は，賃金 w_t と金利 r_t の流列を所与として，$\tilde{\Pi}_\tau$ を最大化するように，労働力の投入量と民間投資額の流列を決定する．この最大化問題は次のように定式化される．

$$\max_{\{L_t, I_t^k, K_{t+1}\}_{t=\tau}^{\infty}} \tilde{\Pi}_\tau \tag{4.25-a}$$

$$s.t.$$

$$K_{t+1} = I_t^k + (1-\delta_k)K_t \tag{4.25-b}$$

式 (4.25-b) は，民間資本ストックの蓄積過程を表す式である．時刻 $t=0$ における民間資本ストック K_0 は外生的に与えられる．最大化問題 (4.25-a) の一階の最

適化条件より，賃金と金利に関する条件式が導かれる．

$$w_t = (1-\alpha_k) G_t^{\alpha_g} A_t^{1-\alpha_k} \left(\frac{K_t}{L_t}\right)^{\alpha_k} \tag{4.26-a}$$

$$1 + r_t = \frac{1}{1+rp}\left[1 + (1-\tau_{k,t+1})\left\{\alpha_k G_{t+1}^{\alpha_g}\left(\frac{A_{t+1}L_{t+1}}{K_{t+1}}\right)^{1-\alpha_k} - \delta_k\right\}\right] \tag{4.26-b}$$

式 (4.26-b) は，時刻 t の金利 r_t に応じて，企業が時刻 $t+1$ の民間資本ストック K_{t+1} を決めることを表している．$rp = 0$ のときには，企業は投資の機会費用である金利よりも高い収益率をもたらす全ての事業に投資を行うため，金利（左辺）と税引き後の投資収益率（右辺）は一致する．一方，$rp > 0$ のときには，金利と rp の和よりも高い収益率をもたらす事業でなければ，企業は投資を行わない．そのため，$rp = 0$ のときよりも投資需要が減り，金利と投資収益率の間に乖離が生じる．

4.3.5 政府の行動

政府は税金を徴収して社会資本投資，社会資本の維持管理，政府消費，社会保障費の給付を行う．また，公債の発行や政府資産の積み立てを行うことも可能である．政府の 1 期間の予算制約式は以下のように表される．

$$\Omega_t^g + TAX_t = I_t^g + m_t G_t + gc \cdot TN_t + ss \cdot TN_t + sse \cdot EN_t + \frac{\Omega_{t+1}^g}{1+r_t} \tag{4.27}$$

ここで，TAX_t は時刻 t における税金の徴収総額であり，以下のように表される．

$$TAX_t = \tau_{c,t}\sum_{s=0}^{J} N_{s,t}c_{s,t} + \tau_{w,t}w_t L_t + \tau_{k,t}(\pi_t - \delta_k K_t) + \tau_{b,t}Beq_t \tag{4.28}$$

Ω_t^g は時刻 t における政府の純資産額（負の場合は純債務額）を，I_t^g は社会資本投資額を，$m_t G_t$ は社会資本の維持管理費用を，$gc \cdot TN_t$ は政府消費額を表す．m_t は，時刻 t における単位社会資本ストック当たりの維持管理費用を表す．gc は単位人口当たりの政府消費額を表す定数である．政府消費額は総人口に比例して変化すると仮定している．

時刻 $t = 0$ から無限の将来までの政府の予算制約式 (4.27) を一つの予算制約式に統合すると，以下の式が得られる．

$$\begin{aligned}\Omega_0^g + \sum_{t=0}^{\infty} \rho_{0,t} \cdot TAX_t &= \sum_{t=0}^{\infty} \rho_{0,t}[I_t^g + m_t G_t + gc \cdot TN_t \\ &\quad + ss \cdot TN_t + sse \cdot EN_t] + \lim_{t\to\infty} \rho_{0,t+1}\Omega_{t+1}^g \end{aligned} \tag{4.29}$$

式 (4.29) の右辺の最終項は 0 でなければ均衡が求められない．よって，政府の予算制約には以下の条件が課される．

$$\lim_{t\to\infty} \rho_{0,t+1}\Omega_{t+1}^g = 0 \tag{4.30}$$

政府は式 (4.29), (4.30) の予算制約を満たすように，税率と社会資本投資額 I_t^g，単位社会資本ストック当たりの維持管理費用 m_t の流列の決定を行う．政府には目的関数が存在せず，これらの変数の流列は外生的に与えられる．初期時刻 $t = 0$ における政府の純資産額 Ω_0^g は外生的に与えられる．

4.3.6　社会資本ストックの蓄積過程

社会資本ストックは政府の社会資本投資に伴い蓄積する．その蓄積過程の定式化には，**3 章**で定式化したマルコフ・ビンテージモデルを用いる．ただし，本章では，**3 章**の分析よりも現実的な劣化過程を分析するため，1 期間内にビンテージが 2 つ以上増加する事象も考慮する．まず，国内に存在する社会資本を，その劣化状態に応じて $\bar{s}$ 種類に分類し，$s = 1, 2, \cdots, \bar{s}$ とラベルを付ける．このラベルを劣化ビンテージと呼ぶ．ビンテージ $s = 1$ の社会資本は，新規投資もしくは更新直後の最も健全な状態の社会資本である．ビンテージ s の大きい社会資本は，より劣化の進行した社会資本となる．ビンテージが $\bar{s}$ の社会資本は，劣化が極限まで進行し供用が不可能となった社会資本である．社会資本はビンテージが $\bar{s}$ に達すると除却される．時刻 t におけるビンテージ s の社会資本ストックを $g_{s,t}$ で

表す．国内の総社会資本ストックは，供用される社会資本ストックの総和（粗資本ストック）に一致すると仮定し，

$$G_t = \sum_{s=1}^{\bar{s}-1} g_{s,t} \tag{4.31}$$

が成立するとする．式 (4.8), (4.20) は，社会資本の厚生効果や生産力効果が，社会資本のビンテージに依存しないと仮定していることを意味する．これは **3 章**と同様の仮定である．

社会資本のビンテージは時間の経過に伴い，不確実性を伴って増加する．時刻 t においてビンテージ s $(1 \leq s < \bar{s})$ の社会資本が，時刻 $t+1$ においてビンテージ j $(s \leq j \leq \bar{s})$ の社会資本に変化する確率を $\phi^g_{s,j}(m_t)$ で表す．定義上，

$$\sum_{j=s}^{\bar{s}} \phi^g_{s,j}(m_t) = 1 \tag{4.32}$$

が成立しなければいけない．確率 $\phi^g_{s,j}(m_t)$ $(s < j \leq \bar{s})$ は，時刻 t における単位社会資本ストック当たりの維持管理費用 m_t を増やすことにより減らすことができる．この定式化により，社会資本の長寿命化政策を表現することができる．

各ビンテージの社会資本は十分に多く，個々の社会資本の劣化過程には不確実性が存在しても，ビンテージ別の社会資本ストックの推移過程には不確実性が存在しないとする．ビンテージが $1 < s < \bar{s}$ の社会資本ストックは，以下の式に従い推移する．

$$g_{s,t+1} = \sum_{j=1}^{s} \phi^g_{j,s}(m_t) g_{j,t} \qquad (1 < s < \bar{s}) \tag{4.33}$$

ビンテージが $\bar{s}$ の社会資本は除却されるので，その資本ストックは定義されない．ビンテージが $s=1$ の社会資本ストックは，以下の式に従い遷移する．

$$g_{1,t+1} = I^g_t + \phi^g_{1,1}(m_t) g_{1,t} \tag{4.34}$$

初期時刻 $t=0$ におけるビンテージ別の社会資本ストック $\{g_{s,0}\}_{s=1}^{\bar{s}-1}$ は外生的に与えられる．

4.3.7　初期時刻における家計の保有資産

本研究が定式化するモデルは閉鎖経済モデルであり，外国との資金の貸借は存在しない．したがって，家計が保有する資産は，企業の株式と公債から構成される．よって，時刻 t において家計が保有する資産総額について，以下の式が成立する．

$$\sum_{s=1}^{J} N_{s,t}\omega_{s,t} + Beq_t = \Pi_t - \Omega_t^g \tag{4.35}$$

Π_t は企業の株式の時価総額であり，$-\Omega_t^g$ は政府の純債務額（すなわち，公債残高）である．左辺第 1 項は，時刻 $t-1$ から時刻 t にかけて死亡しなかった家計が保有する資産総額であり，左辺第 2 項は，死亡した家計が保有する資産総額である．式 (4.35) に式 (4.18) を代入すると，次の式を得る．

$$\sum_{s=1}^{J} \frac{\Phi_{s-1}}{\Phi_s} N_{s,t}\omega_{s,t} = \Pi_t - \Omega_t^g \tag{4.36}$$

初期時刻において家計が保有する資産 $\{\omega_{s,0}\}_{s=1}^{J}$ は外生的に与えられるが，その際には式 (4.36) が $t=0$ において成立するように与えなければいけない．本研究では，$\{\omega_{s,0}\}_{s=1}^{J}$ を以下のように与える．

$$\omega_{s,0} = \theta_s(\Pi_0 - \Omega_0^g) \tag{4.37}$$

ここで，θ_s は $\omega_{s,0}$ が資産総額 $\Pi_0 - \Omega_0^g$ に占める割合である．本研究では，$\{\theta_s\}_{s=1}^{J}$ を外生的に与える．

4.3.8　均衡条件

各時刻 t において，生産された財は消費，民間投資，社会資本投資，社会資本の維持管理，政府消費に使用される．よって，以下の式が成立する．

$$Y_t = \sum_{s=0}^{J} N_{s,t}c_{s,t} + I_t^k + I_t^g + m_t G_t + gc \cdot TN_t \tag{4.38}$$

また，各時刻 t において，企業による労働力の投入量 L_t は，家計による労働力の総供給量に等しい．よって，以下の式が成立する．

$$L_t = \sum_{s=0}^{R-1} N_{s,t} e_s \tag{4.39}$$

以上により，モデルが完成する．

4.3.9 家計厚生の金銭評価

本章において，社会資本投資や税率といった政府の政策変数の流列は外生的に与えられる．この外生的に与えられた政策変数の流列を所与として，家計や企業の行動，および，均衡が定まる．与えられる政策変数の流列が異なれば，実現する均衡や世代別の家計の厚生は異なったものとなる．二つの政策変数の流列 A と B があるとき，この流列を A から B に変更することによって，各世代の家計が受ける厚生の変化を金銭の尺度で表すことを考えよう．

時刻 t において年齢 j の家計が，期待生涯効用 $\bar{U}_{j,t}$ を得るために必要とする生涯の支出総額の割引現在価値のうち，最小の値を支出関数 $E_{j,t}(\bar{U}_{j,t}, \{\rho_{t,t+s-j}(1+\tau_{c,t+s-j})\}_{s=j}^{J}, \{gp_{t+s-j}\}_{s=j}^{J})$ で表す．支出関数 $E_{j,t}$ は，以下の支出最小化問題を解くことにより得られる．

$$E_{j,t}(\bar{U}_{j,t}, \{\rho_{t,t+s-j}(1+\tau_{c,t+s-j})\}_{s=j}^{J}, \{gp_{t+s-j}\}_{s=j}^{J})$$

$$= \min_{\{c_{s,t+s-j}\}_{s=j}^{J}} \rho_{t,t+s-j}(1+\tau_{c,t+s-j})c_{s,t+s-j} \tag{4.40-a}$$

$$s.t.$$

$$U_{j,t} = \bar{U}_{j,t} \tag{4.40-b}$$

この支出関数を用いると，政策変数の流列を A から B に変更することにより，時刻 t において年齢 j の家計が受ける厚生の変化の金銭尺度は，補償変分 $CV_{j,t}$ と

して，

$$
\begin{aligned}
CV_{j,t} &= E_{j,t}(U^B_{j,t}, \{\rho^B_{t,t+s-j}(1+\tau^B_{c,t+s-j})\}^J_{s=j}, \{gp^B_{t+s-j}\}^J_{s=j}) \\
&\quad - E_{j,t}(U^A_{j,t}, \{\rho^B_{t,t+s-j}(1+\tau^B_{c,t+s-j})\}^J_{s=j}, \{gp^B_{t+s-j}\}^J_{s=j}) \qquad (4.41)
\end{aligned}
$$

と表すことができる．ここで，変数の上付きの添え字 ^{Z} は，政策変数の流列 Z の下での均衡における変数であることを示している．$CV_{j,t}$ は，政策変数の流列を A から B に変更した後に，家計の期待生涯効用を政策の変更前の水準に戻すために家計から徴収する必要のある金額を，時刻 t における財の価値を基準に評価したものである．このような便益指標は，De Nardi et al.[7] においても用いられている（ただし，De Nardi らの研究においては等価変分が使われている）．

全ての世代の家計について補償変分を合計すれば，政策変更の純便益を金銭の単位で表すことができる．この純便益 TCV は，

$$
TCV = \sum_{s=1}^{J} N_{s,0} \cdot CV_{s,0} + \sum_{t=0}^{\infty} \rho_{0,t} N_{0,t} \cdot CV_{0,t} \qquad (4.42)
$$

と表される．$CV_{0,t}$ は時刻 t の財の価値を基準にした金額であるため，時刻 0 の財の価値を基準にした金額に直すためには，$\rho_{0,t}$ を掛けて割り引く必要がある．

4.4 社会資本投資政策の世代別帰着便益に関する分析

本節では，社会資本の投資政策と長寿命化政策の世代別帰着便益に関する分析を行う．分析に当たっては，現実の日本の社会経済データを用いて，できる限り妥当と考えられるパラメータ設定の下でシミュレーションを行う．初期時刻 $t = 0$ は 2010 年を表すとする．数値シミュレーションの都合上，定常状態に収束する経路を求める必要があるため，時刻 $t = 120$ 以降においては，経済に参入する家計人口 $N_{0,t}$ と技術水準 A_t が一定に留まると仮定する．

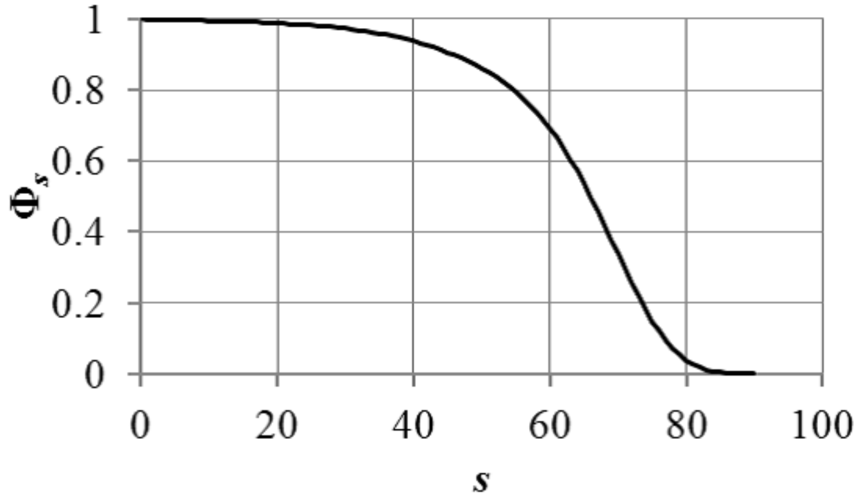

図 4.1: $\{\Phi_s\}_{s=0}^{120}$ の設定

4.4.1 外生変数の設定

家計が経済活動に参入する年齢 $s = 0$ は，20 歳を表すとする．家計が退職する年齢は 65 歳とし，$R = 45$ と設定する．家計が確実に死亡する年齢は 110 歳とし，$J = 90$ と設定する．

年齢 0 の家計が年齢 s まで生存できる確率 $\{\Phi_s\}_{s=0}^{120}$ は，厚生労働省の第 21 回生命表（2010 年）[16] を用いて，性別の生存数を合成することにより設定した（**図–4.1**）.

初期時刻 $t = 0$ における年齢別の家計の人口 $\{N_{s,0}\}_{s=0}^{J}$，および，時刻 $t = 1$ から $t = 20$ までの年齢 0 の家計の人口 $\{N_{0,t}\}_{s=0}^{J}$ は，総務省の 2010 年の人口推計 [17] を用いて設定した．時刻 $t = 21$ から $t = 120$ までの年齢 0 の家計の人口 $\{N_{0,t}\}_{s=21}^{120}$ については，国立社会保障・人口問題研究所の日本の将来推計人口 [18] 掲載の「死亡中位・出生中位」，および,「死亡中位・出生低位」の二つの推計結果を用いる．各推計結果の出生数を利用して，$\{N_{0,t}\}_{s=21}^{120}$ を**図–4.2** のように設定した．時刻 $t = 121$ 以降の年齢 0 の家計の人口 $\{N_{0,t}\}_{s=121}^{\infty}$ については，$N_{0,t} = N_{0,120}$ $(t \geq 120)$ が成立すると仮定する．なお，$N_{s,t}$ の単位は万人である．

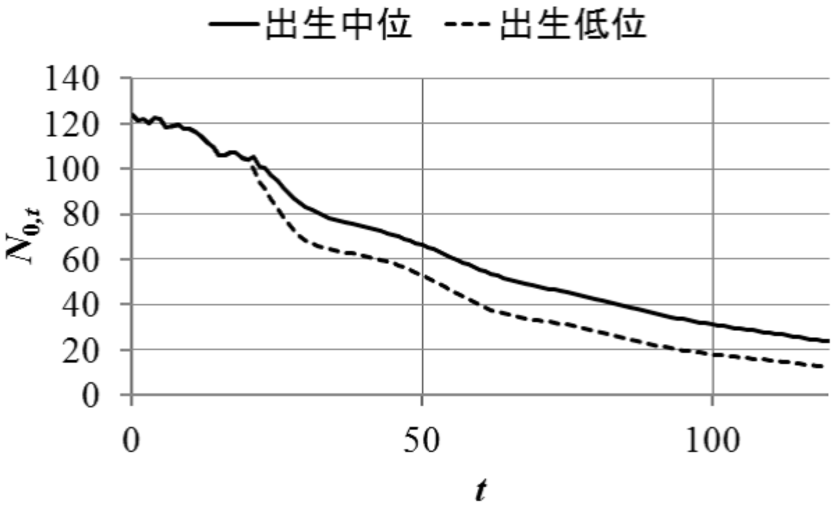

図 4.2: $\{N_{0,t}\}_{s=0}^{120}$ の設定

表 4.1: 既存研究による生産関数 $Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (A_t L_t)^{\alpha_l}$ の推計結果

研究	推計期間	α_g	α_k	α_l
浅子, 坂本 [22]	1977-84	0.177	0.165	0.715
岩本ら [23]	1966-84	0.18	0.25	0.43
大河原 [24]	1980-93	0.111	0.343	0.657
遠藤 [25]	1975-98	0.097	0.381	0.616
塚井ら [26]	1975	0.112	0.423	0.577
	1985	0.120	0.447	0.553
	1995	0.083	0.467	0.533

年齢 s の家計が保有する労働力 $\{e_s\}_{s=0}^{44}$ は，厚生労働省の賃金構造基本統計調査（全国）[19] の年齢階層別賃金を用いて設定した（**図–4.3**）．

家計の異時点間の代替の弾力性の逆数を表すパラメータ σ は 1 に設定した．この値は多くの研究で使われる値である [20]．生活に必要な最低限度の消費額 ψ は 120 万円とし，$\psi = 0.012$（兆円/万人）と設定した．社会資本の厚生効果の大きさを表す γ については，唐木ら [15] による推計結果を利用し，$\gamma = 0.127$ と設定する．

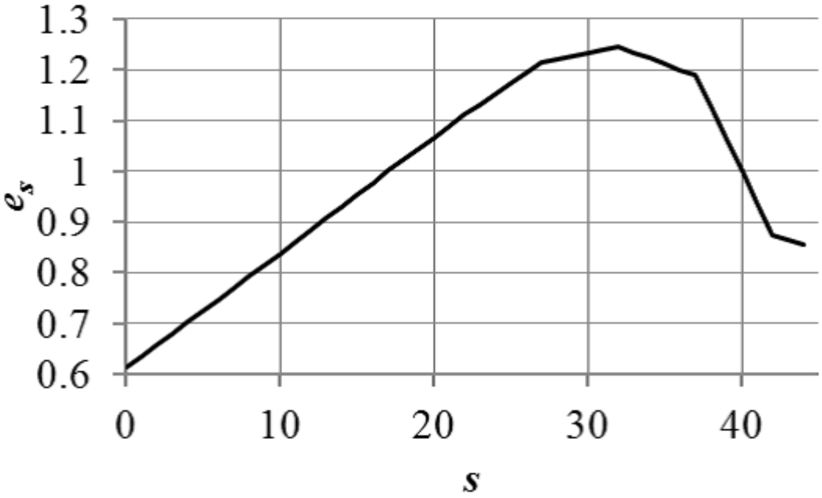

図 4.3: $\{e_s\}_{s=0}^{44}$ の設定

生産関数のパラメータ α_k は，$1-\alpha_k$ が GDP に占める労働分配率になることから計算する．2011 年度国民経済計算確報 [21] 掲載のデータを用いて，2001 年から 2011 年の労働分配率を計算し，$\alpha_k = 0.34$ と設定した．社会資本の生産力効果の大きさを決めるパラメータ α_g については，都道府県別のクロスセクションデータやパネルデータを利用して，$Y_t = G_t^{\alpha_g} K_t^{\alpha_k} (A_t L_t)^{\alpha_l}$ の形式の生産関数の推計を行った既存研究のうち，統計的に有意な推定結果を得ているもの（**表–4.1**）を参考に，$\alpha_g = 0.13$ と設定した．

民間資本の減耗率 δ_k は，2011 年度国民経済計算確報を用いて，2002 年から 2011 年の民間部門の固定資産と固定資本減耗の比を計算し，$\delta_k = 0.091$ と設定した．

時刻 t においてビンテージ s $(1 \leq s < \bar{s})$ の社会資本が，時刻 $t+1$ においてビンテージ j $(s \leq j \leq \bar{s})$ の社会資本に変化する確率 $\phi^g_{s,j}(m_t)$ は，

$$\phi^g_{s,j}(m_t) = \frac{[\lambda(m_t)]^{j-s}}{(j-s)!} \exp[-\lambda(m_t)] \qquad (s \leq j < \bar{s}) \tag{4.43-a}$$

$$\phi^g_{s,\bar{s}}(m_t) = 1 - \sum_{j=s}^{\bar{s}-1} \phi^g_{s,j}(m_t) \tag{4.43-b}$$

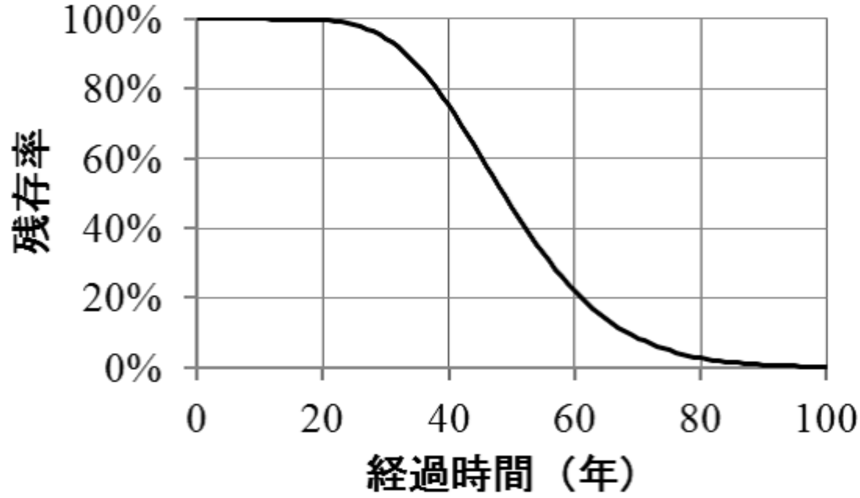

図 4.4: $\bar{s} = 14$ のときの残存関数の形状

と設定した．$\lambda(m_t)$ は，m_t の単調減少関数である．この関数の下では，m_t と $\lambda(m_t)$ が通時的に一定である場合，社会資本の寿命の期待値は $(\bar{s} - 1)/\lambda(m_t)$ と表される．また，残存関数（新規投資・更新後の経過時間と社会資本の残存率の関係を表す関数）[27] の形状は，$\bar{s} = 2$ のとき指数分布型となり，$\bar{s}$ が大きくなるにつれて一括除却型（サドンデス）に近づく．本研究では，残存関数の形状が，形状係数 4 のワイブル分布に近くなるように $\bar{s} = 14$ と設定した．形状係数 4 のワイブル分布型の残存関数は，日本の社会資本 2012[27] において，粗社会資本ストックの推計に用いられているものである．$\bar{s} = 14$, $\lambda(m_t) = 0.26$（期待寿命 50 年）のときの残存関数を**図–4.4** に示す.

$\lambda(m_t)$ の値について，本研究では二つの値のみを想定する．一つは,「長寿命化投資が行われていない場合」の値であり，$\lambda(m_t) = 13/46$ と設定する．もう一つは,「長寿命化投資が行われている場合」の値であり，$\lambda(m_t) = 13/55.2$ と設定する．このとき，各ケースにおいて，社会資本の期待寿命はそれぞれ 46 年，55.2 年となる．46 年という数字は，日本の社会資本 2012 に掲載されている部門別の社会資本の平均耐用年数を，2009 年度末の粗資本ストックの分野別の比率を使っ

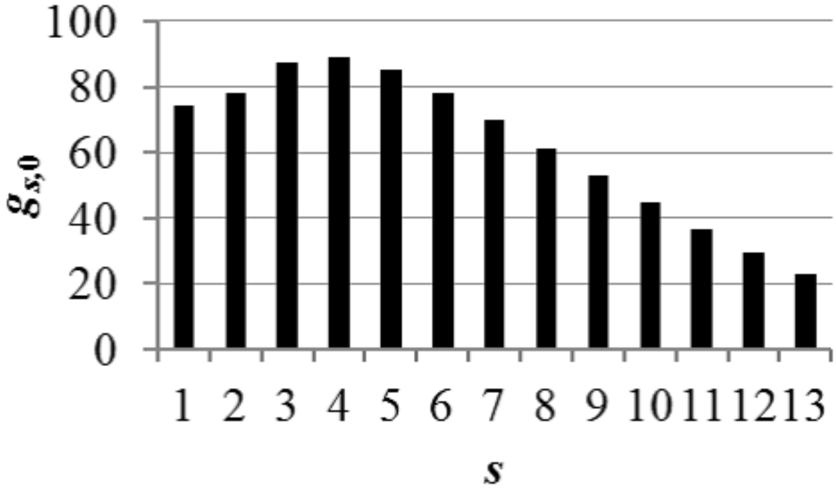

図 4.5: $\{g_{s,0}\}_{s=1}^{13}$ の設定

て加重平均した数値である．また，各ケースにおいて，社会資本ストック 1 単位当たりの維持管理費用 m_t はそれぞれ 0.013, 0.0143 と設定した．

初期時刻 $t = 0$ における民間資本ストック K_0 は，2011 年度国民経済計算確報掲載の 2009 年期末の民間の固定資本資産額を用い，$K_0 = 925$ と設定した．また，初期時点 $t = 0$ におけるビンテージ別社会資本ストック $\{g_{s,0}\}_{s=1}^{13}$ は，日本の社会資本 2012 掲載の 1953 年度以降の実質新設改良費を積み上げることにより計算し，**図–4.5** のように設定した．

技術水準 A_t の流列については,「技術進歩がある場合」と「無い場合」の 2 つのケースを考える．どちらのケースにおいても，初期時刻 $t = 0$ における技術水準 A_0 は等しく $A_0 = 0.0122$ と設定した．技術進歩が無い場合には，A_t は通時的に A_0 と同じ値を取り続けるとする．一方，技術進歩がある場合には，$0 \leq t \leq 119$ の間は，$A_{t+1} = 1.0109A_t$ に従い技術水準が向上し，$t \geq 120$ においては，A_t は通時的に A_{120} と同じ値を取り続けるとする．A_0 の値と技術進歩率 1.09%は，2011 年度国民経済計算確報，および，日本の社会資本 2012 掲載の 2002 年から 2010 年のデータを用いて計算した．

社会保障費については，国立社会保障・人口問題研究所の資料 [28]，および，2011 年度国民経済計算確報掲載のデータを参考に，$ss = 0.0001$, $sse = 0.0085$ と設定した．これらの数値は，中央政府・地方政府が負担する社会保障費用であり，年金などの社会保障基金が負担する社会保障費は含まれない．人口 1 人当たりの政府消費支出 gc については，2011 年度国民経済計算確報報掲載の中央政府・地方政府の最終消費支出から固定資本減耗を差し引いた値を参考に，$gc = 0.0034$ と設定した．設定の際には，社会資本の維持管理費用が政府消費に含まれることを考慮している．税率については，賃金に課税される所得税と法人税は通時的に一定とし，$\tau_{w,t} = \tau_{k,t} = 0.1$ と設定する．この値は，2011 年度国民経済計算確掲載の所得・富等に課される経常税のデータを参考に設定している．相続税率についても通時的に一定とし，$\tau_{b,t} = 0.04$ と設定する．シミュレーションに当たっては，政府予算を均衡させるために消費税率を内生的に変化させるため，消費税率については特に設定を行わない．

初期時刻 $t = 0$ における政府資産については，$\Omega_0^g = 0$ と設定する．後に見るように，社会資本投資事業の費用調達手法が各世代の厚生に与える影響を分析する際には，Ω_t^g が最終的に 0 に戻るような政策経路を考えた方が分析が行いやすいため，このような設定を用いる．また，Ω_0^g を現実的な値に設定してシミュレーションを行う場合，モデル内の金利が 4%程度になるようにパラメータを設定してシミュレーションを行うと，政府の利払い費用が現実よりも過大になってしまうという困難があることからも，$\Omega_0^g = 0$ という設定を用いる．

家計の効用の割引因子 β は 0.975, 企業が民間投資を行う際の事業リスクの大きさを表す rp は 0.045 に設定した．このようにパラメータを設定した場合，$K_0 = 925$ という設定の下で，I_0^k の値を現実に近い値にすることができ，かつ，金利 r_t を概ね 4%程度で推移させることができる．$rp = 0$ の場合でも，β を 0.975 よりも小さ

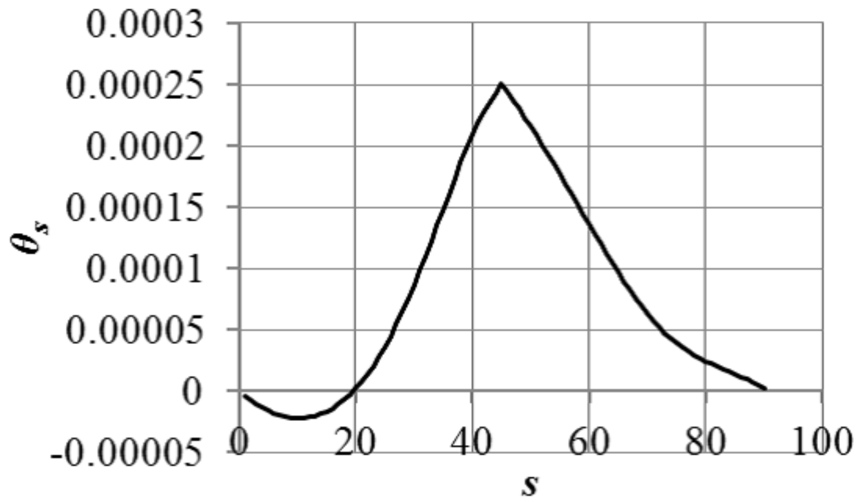

図 4.6: $\{\theta_s\}_{s=1}^{90}$ の設定

く設定すれば，I_0^k の値を現実に近い値にすることができるが，その場合には，金利 r_t が 8%を越す非常に高い値で推移してしまう．

最後に，$\omega_{s,0}$ が初期時刻 $t = 0$ における資産総額に占める割合 $\{\theta_s\}_{s=1}^{90}$ は**図–4.6**のように設定した．これは，初期時刻における経済環境が永続すると仮定した場合の家計の資産蓄積行動をシミュレーションすることにより求めた．

4.4.2　社会資本投資事業の世代別帰着便益

本項では，人口推移は「出生中位」，技術水準の推移は「技術進歩有り」，長寿命化投資は行われない，というケースを考える．その上で，社会資本投資事業の世代別帰着便益について，事業費用の調達方法と関連付けて分析を行う．

世代別帰着便益の金銭評価額（補償変分）を計算するためには，基準となる政策の下での動学的経路が必要となる．ここでは，GDP Y_t と，社会資本投資額 I_t^g の比 I_t^g/Y_t が常に 4%になるように社会資本投資を行い，かつ，Ω_t^g を常に 0 で推移させる（すなわち，政府予算が消費税率の上下を通じて各期で均衡する）ような政策の下での動学的経路を，基準となる経路として考える．この基準となる経

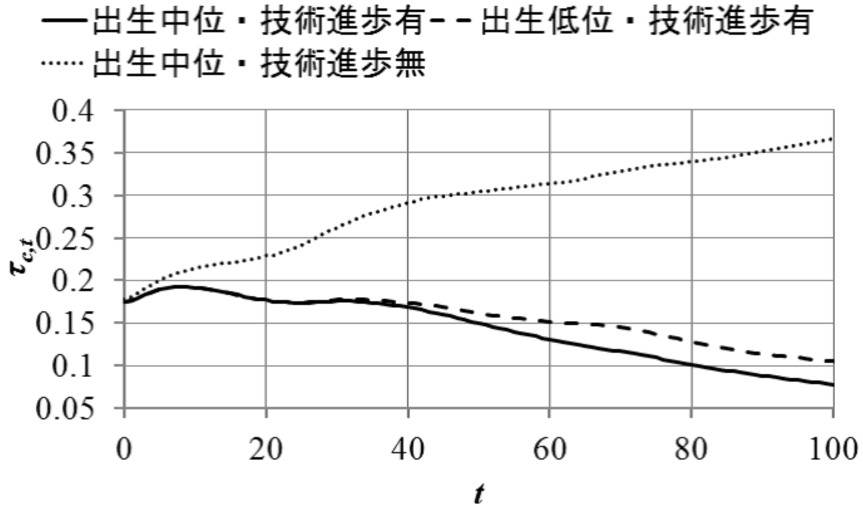

図 4.7: 消費税率 $\tau_{c,t}$ の推移

路における消費税率 $\tau_{c,t}$ を**図–4.7** の「出生中位・技術進歩有」のグラフに示す．消費税率は $t = 8$ にピークを迎え，その後は減少し続ける．これは，$t = 8$ までは高齢者数の増加速度が大きく，高齢者向けの社会保障費と政府支出を賄うための増税が必要になるのに対して，それ以降の時刻においては，高齢者数の増加が緩やかになるため，技術進歩に伴い財政に余裕が生じるためである．なお，消費税率が現実の値に比べてかなり高くなっているが，本章では生産・輸入に課される税として消費税しか考慮しておらず，関税や固定資産税等の税収が無いために，実際よりも消費税率を高く設定しないと財政が均衡しないことに注意する必要がある．また，社会資本投資額 I_t^g，社会資本ストック G_t の推移を**図–4.8** に示す．社会資本投資額 I_t^g の推移は GDP の推移と連動しており，$t = 21$ までは労働力の減少を技術進歩により補うことにより GDP 成長が可能であるが，それ以降は労働力の減少速度が大きくなるため，GDP は減少に転じる．社会資本ストックは $t = 24$ をピークに減少に転じるが，これは社会資本投資額が減ることよりもむしろ，社会資本ストックの除却額が大きくなってくることによる．社会資本ストックの除却額は $t = 0$ において 6.7 兆円であるが，$t = 21$ においては 19.0 兆円まで増加す

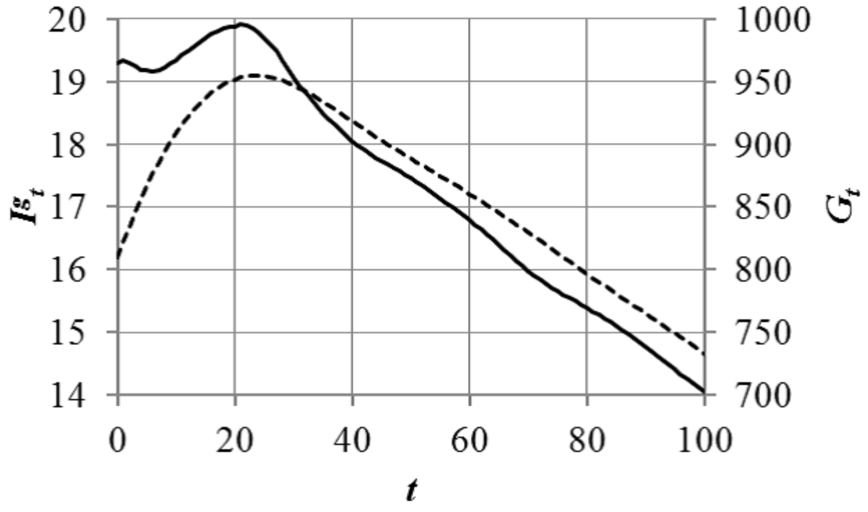

図 4.8: 社会資本投資額 I_t^g，社会資本ストック G_t の推移

る．また，期待生涯効用 $U_{0,t}$ の推移を**図–4.9** の「出生中位・技術進歩有」のグラフに示す．期待生涯効用は単調に増加するが，これは技術進歩により国民一人当たりの GDP が増加していくことによる．

基準となる政策の比較対象となる政策として，I_0^g が基準経路よりも 1 だけ多く，時刻 $t = 1$ 以降においては，I_t^g が基準経路と等しい政策を考える．これにより，時刻 $t = 0$ における社会資本投資事業 1 兆円の限界的な効果を分析することができる．この事業資金の調達方法として，増税のみによる場合と，公債を発行して資金を調達する場合を考えよう．増税のみによる場合は，基準経路と同様に Ω_t^g を常に 0 で推移させる．公債を発行して資金を調達する場合は，$t = 0$ において 1 兆円の財政赤字を発生させ，その後，定められた償還期限内に公債を償還する．この際，償還期限を T とするとき，$\Omega_t^g = (T - t)/(T - 1)\Omega_1^g$ が成立するように公債を償還する．公債を発行しない場合（公債無し）と，公債を発行して特定の償還期限内に公債を償還する場合（10 年，30 年，50 年）の各ケースにおける，世代別の補償変分を**図–4.10** に示す．横軸は家計が経済に参入した時刻 t を表し，縦軸はその世代の家計 1 万人の補償変分を表している．なお，全ての事例におい

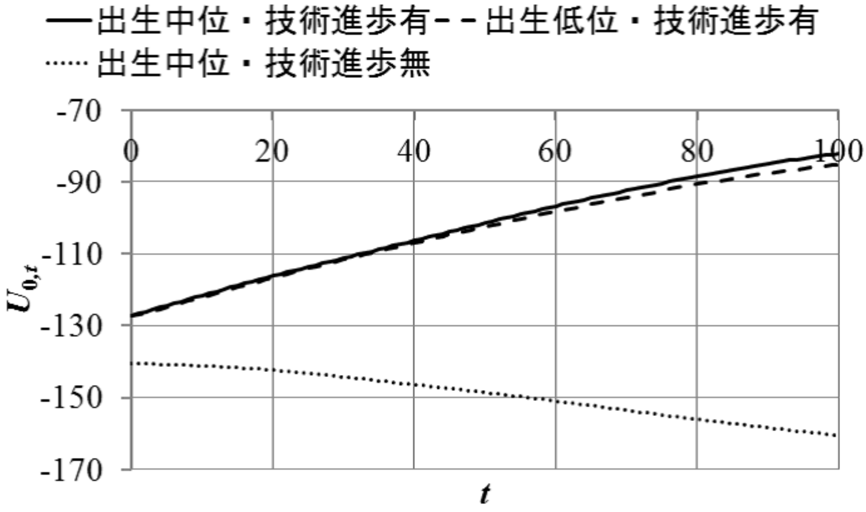

図 4.9: 期待生涯効用 $U_{0,t}$ の推移

て，政策変更の純便益は正となる．増税のみによる場合は 1.18 兆円，起債を行う場合は，償還期限に応じて，10 年の場合は 1.03 兆円，30 年の場合は 0.98 兆円，50 年の場合は 0.97 兆円となる．

図–4.10 より，増税のみにより事業資金を調達する場合，$t = -51$ 以前に経済に参入した世代（すなわち，時刻 $t = 0$ において 71 歳以上の世代）は，事業の実施により不利益を被ることが確認できる．これは，$t = -51$ 以前に経済に参入した世代は，増税により社会資本整備の費用を負担するにもかかわらず，社会資本整備の便益を十分に受ける前に亡くなるためである．一方，それ以外の世代の家計は全て便益を受ける．これは，川出ら [9] の示した結果と同じものである．$t = 0$ と $t = 1$ の世代の間で，投資事業から受ける便益が不連続に変化しているが，これは，$t = 0$ の世代が社会資本整備費用を負担するのに対して，$t = 1$ 以降の世代は負担しないことによる．また，享受する便益は将来世代の方が大きく，$t = 20$ 付近の世代が最大の便益を受ける．公債を発行する場合には，社会資本整備の費用の一部を $t = 1$ 以降の世代にも負担させることができるが，その場合の世代別帰着便益の変化は単純なものではない．公債の発行により厚生が改善されるのは，

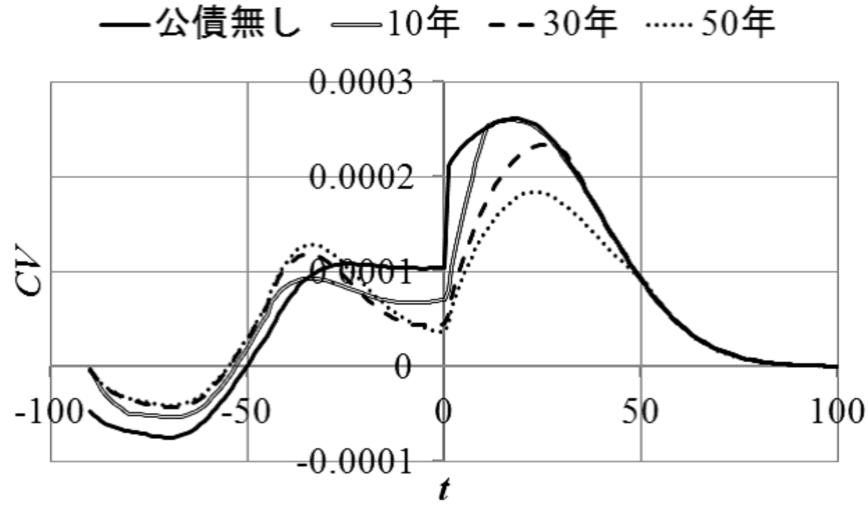

図 4.10: 公債の償還期限と世代別帰着便益

現在世代（$t = 0$ 時点で経済に参入している世代）の中でも年齢の高い世代であり，年齢の低い世代の厚生はむしろ悪化する．これは，年齢の低い世代が将来の公債の償還費用を負担するためである．公債の発行は，現在世代内でも，年齢の低い世代から高齢の世代に所得移転をもたらす．公債の償還期限を延ばすと，より遠い将来の世代にも事業費用を負担させることができる．ただし，事業の実施により損失を被る世代の厚生の改善は，公債の償還期限を延ばすにつれて小さくなり，最終的に厚生の改善は停止する．また，公債の償還期限を 30 年から 50 年に増やした際に，目に見える厚生の改善が見られるのは $t = -10$ から -40 の世代であり，それ以前の世代の厚生はほとんど変化しない．これは，公債の発行のみを通じて所得移転を行える世代間の距離に限界があることを示している．

公債を発行する場合には，特に $t = 0$ 付近の世代に費用が集中しがちであることに注意する必要がある．これは，この付近の世代が公債の償還費用を最も多く負担することになるためである．この事例では，公債を発行する場合であっても，事業の実施により $t = 0$ 世代の厚生は改善するが，他の事例では悪化する場合もあると考えられる．その場合には，全世代の厚生を改善するためには，公債の発

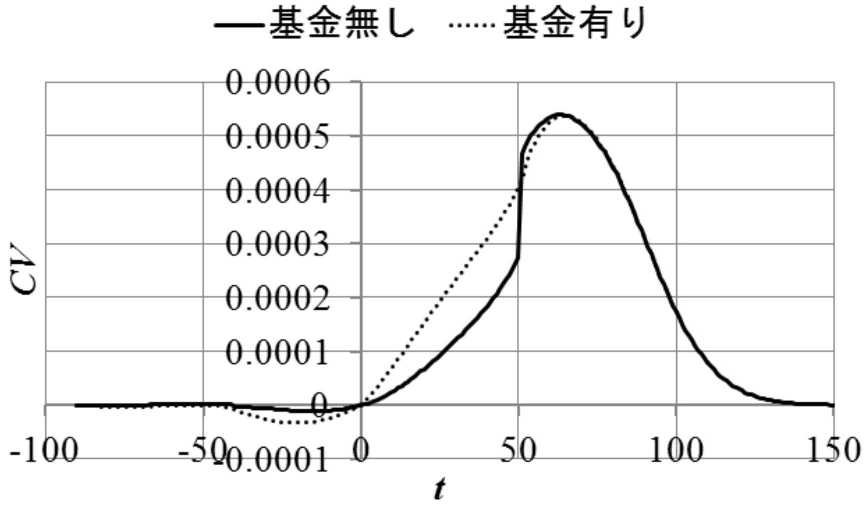

図 4.11: 基金の積み立てと世代別帰着便益

行を控え，増税により資金を調達する等の政策が必要となる．

次に，事業費用を基金により調達する場合の世代別帰着便益への影響を見るため，I_{50}^{g} が基準経路よりも 1 だけ多く，それ以外の時刻においては，I_{t}^{g} が基準経路と等しい政策を考える．**図–4.11** は，事業費用を全て増税により賄う場合（基金無し）と，1 兆円の基金を積み立ててそれを取り崩す場合（基金有り）の世代別の補償変分を示したものである．基金を積み立てる場合には，$\Omega_t^g = 0.02t\ (0 \leq t \leq 50)$ が成立するように基金を積み立てている．なお，どちらの事例においても，政策変更の純便益は正となる．増税のみによる場合は 0.148 兆円，基金の積み立てを行う場合は 0.162 兆円となる．**図–4.11** より，基金を積み立てることにより，$t = 0$ から $t = 50$ の世代の事業費用の負担が軽減され，厚生が改善していることが確認できる．一方，$t = -1$ 以前の世代については，基金を積み立てるための費用を負担するために厚生が悪化する．

このように，基金の積み立てを行うことにより，現在世代に将来の社会資本投資事業を負担させ，将来世代の厚生を改善することができる．ただし，将来世代は社会資本投資事業から便益を受ける主体であるうえ，**図–4.9** に示した通り，将

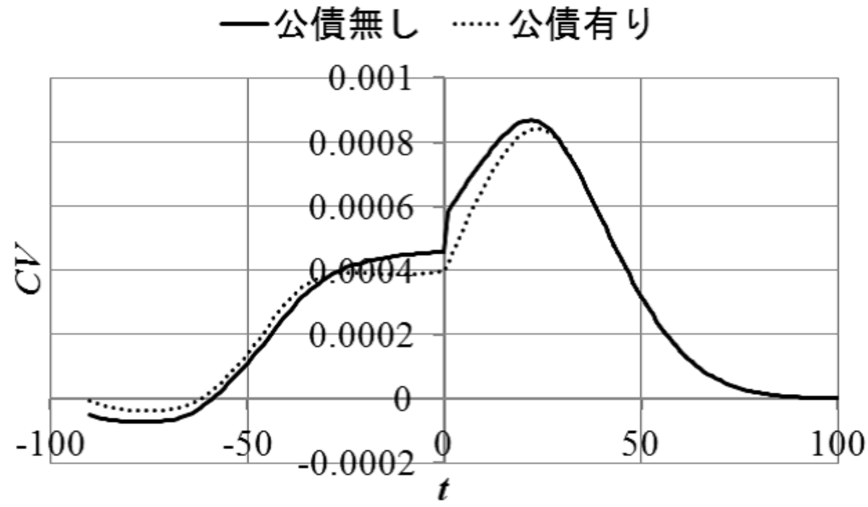

図 4.12: 一時的な長寿命化事業の世代別帰着便益

来世代の厚生水準（期待生涯効用）は現在世代よりも高いため，この事例では基金の積み立てを行う積極的な理由は見出しにくい．世代間公平性の観点から，基金の積み立てを行うことが望ましい状況としては，将来世代の厚生水準が現在世代よりも低下するケースが考えられる．**図–4.9** の「出生中位・技術進歩無」のグラフは，本項の事例とは異なり，技術進歩が無い場合の期待生涯効用 $U_{0,t}$ の推移を示している．この事例では，将来世代の厚生が現在世代よりも低下する．このような状況においては，世代間公平性の観点から，基金の積み立てを検討する必要もあると考えられる．

4.4.3　社会資本長寿命化政策の世代別帰着便益

本項では，社会資本の長寿命化政策について，その純便益の世代別の帰着分布を分析する．本項では常に，人口推移が「出生中位」，技術水準の推移が「技術進歩有り」のケースを想定する．また，基準経路は，長寿命化政策を一切行わず，I_t^g/Y_t を 4%，Ω_t^g を 0 で推移させる政策の下での動学的経路とする．

まず，長寿命化事業の限界的な効果を分析するため，初期時刻 $t = 0$ において

のみ長寿命化事業を行い（m_0 を 0.0143 にし），それ以外の時刻 t においては長寿命化事業を行わない（m_t を 0.013 にする）という政策を考える．より現実的な，全ての時刻において長寿命化事業を行う政策の効果については，後に分析を行う．長寿命化事業を行う場合，将来の社会資本ストックが増えて GDP と税収が増加する．この税収の増分を社会資本投資に充てれば，ストック効果によりさらに大きな便益が発生するが，この便益については考えず，純粋な長寿命化事業の効果のみに着目する．そこで，本研究の分析では常に，社会資本投資額 I_t^g の推移が基準経路と同じであると仮定する．長寿命化事業を行う場合，時刻 $t = 0$ の維持管理費用が $(0.0143 - 0.0130)G_0$ だけ増加する．この増加額，すなわち，長寿命化事業の実施費用を増税のみによって賄う場合と，起債によって賄い 30 年かけて償還する場合の世代別の補償変分を**図–4.12** に示す．なお，事業実施の純便益は，公債を発行しない場合は 4.69 兆円，発行する場合は 4.47 兆円となり，どちらも正である．**図–4.12** から確認できるように，長寿命化事業の世代別帰着便益は，**図–4.10** に示された社会資本投資事業の世代別帰着便益と似た性質を持っている．現在世代のうち，高齢の世代は事業の実施により不利益を被る．これは，彼らが長寿命化事業の費用を負担するにもかかわらず，長寿命化事業の便益を十分に受ける前に亡くなるためである．また，まだ経済に参入していない世代の多くが正の便益を受ける．公債を発行した場合の帰着便益の変化についても，前項で分析した結果と同じである．公債の発行により，現在世代のうち，高齢の世代の費用負担を軽減できるが，事業の実施により損失を被る世代の厚生変化を正にすることはできない．また，公債を発行する場合には，特に $t = 0$ 付近の世代に費用が集中しがちである．

次に，長寿命化事業の現実的な効果を分析するために，全ての時刻において長寿命化事業を行う場合を考える．事業費用を全て増税によって賄う場合と，$t = 0$

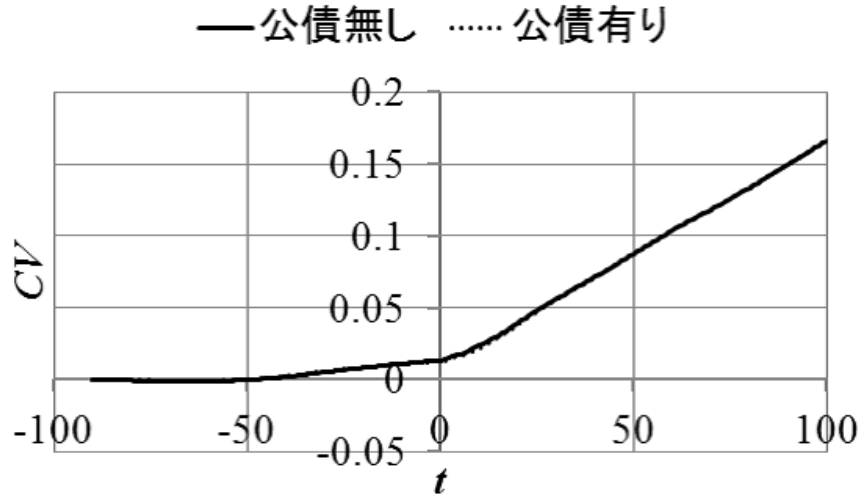

図 4.13: 永続的な長寿命化事業の世代別帰着便益

から t = 10 までは起債によって賄い，t = 40 に公債を完済する場合の世代別の補償変分を**図–4.13** に示す．長寿命化事業の純便益は，公債を発行しない場合は 144 兆円，発行する場合は 143 兆円となる．**図–4.13** からは読み取りにくいが，各世代の期待生涯効用は，t = −60 付近で負の極小値を取り，それよりも t が大きい領域では単調に増加し続ける．この原因の一つは，長寿命化事業実施により，時間が経過するほど社会資本ストックが増加することである．もう一つの原因は，時間が経過するほど，技術進歩により社会資本ストックが生み出す限界的な便益が大きくなることである．公債を発行する場合としない場合の間にほとんど違いは読み取れないが，発行する場合には現在世代のうち，高齢の世代の厚生が改善され，現在世代の若年の世代から公債が完済される時刻までの世代の厚生が悪化する．ただし，現在世代のうち，高齢の世代の厚生は負のままである．

以上の結果より，本研究が設定したパラメータの下では，長寿命化事業を将来にわたって行う場合，将来世代ほど大きな便益を享受すると言える．したがって，長寿命化事業のもたらす便益を公平に分配するという観点からは，起債により現在世代の費用の一部を将来世代に移転することが正当化されうると考えられる．

また，この結果は，長寿命化事業を行う費用を直ちに増税により賄うことが困難である場合には，一時的な資金調達手法として公債を用いても問題は少ないことを示している．公債の発行後も，ほぼ全ての世代が便益を享受することは変わらないためである．

4.5 人口・技術推移と効率的な社会的割引率の調整

社会資本の生み出す便益の大きさは，投資事業の費用の調達方法だけではなく，将来の人口構成や技術水準の推移にも依存する．人口減少や高齢化が進行する場合や，技術革新が進まない場合には，生産活動が低下するために社会資本の生み出す便益が低下する．また，将来世代の厚生水準も低下する．本節では，前節で分析した事例と比較して，人口や技術水準の推移が低い事例を分析する．その上で，このような割引率の調整が各世代の厚生に与える影響について，世代間公平性の観点から考察を行う．

まず，将来の技術水準が前節の事例よりも低い事例として，人口推移は「出生中位」，技術水準の推移は「技術進歩無し」，長寿命化事業は行われない，というケースを取り上げる．前節と同様に，I_t^g/Y_t が常に 4%になるように社会資本投資を行い，かつ，Ω_t^g を常に 0 で推移させるような政策の下での動学的経路を基準経路とする．この基準経路上の消費税率 $\tau_{c,t}$，および，期待生涯効用 $U_{0,t}$ の推移を，**図–4.7** と**図–4.9** の「出生中位・技術進歩無」のグラフに示す.「出生中位・技術進歩有」の事例と比較すると，消費税率は高く，期待生涯効用は低く推移している．さらに，時間の経過に伴い消費税率が増加，期待生涯効用が減少している．この理由は二つ存在する．一つは，高齢化の進行により，勤労世代一人が負担する高齢者向けの社会保障費と政府支出が増えることである．もう一つは，本研究のモデルでは，付加価値の生産関数（式 (4.20)）が労働力と資本ストックに

ついて規模に関する収穫逓増を示すことである．**2 章**でも述べたように，このような生産関数を用いる場合，長期的には，労働力一単位当たりの平均生産性が，総労働力の大きさに依存して大きくなる [29]．したがって，総人口が低い経路では，国民一人当たりの GDP が低下することになる.「技術進歩有」のケースでは，技術進歩によりこれらの負の効果が打ち消されるため，時間の経過に伴い家計の期待生涯効用が増加する.

次に，将来の人口が前節の事例よりも低い事例として，人口推移は「出生低位」，技術水準の推移は「技術進歩有り」，長寿命化事業は行われない，というケースを考える．同様に，I_t^g/Y_t が常に 4%，Ω_t^g が常に 0 の政策の下での動学的経路を基準経路とする．この基準経路上の消費税率 $\tau_{c,t}$，および，期待生涯効用 $U_{0,t}$ の推移を，**図–4.7** と**図–4.9** の「出生低位・技術進歩有」のグラフに示す．やはり,「出生中位・技術進歩有」の事例と比較すると，消費税率は高く，期待生涯効用は低く推移している．ただし，人口の減少による負の効果は技術進歩により打ち消されるため，時間の経過に伴い家計の期待生涯効用が増加する点は「出生中位・技術進歩有」の事例と同じである.

さて,「出生中位・技術進歩無」と「出生低位・技術進歩無」の事例では,「出生中位・技術進歩有」の事例と比較して，将来世代の厚生が低下する．特に,「出生中位・技術進歩無」の事例では，時間の経過に伴い家計の期待生涯効用が低下するため，将来世代は現在世代と比較しても厳しい環境に置かれると言える．世代間公平性の観点から，このような将来世代の厚生低下を抑える一つの方策として，社会資本投資事業を行うことが考えられる．前節で見たように，社会資本投資事業は将来世代の厚生を改善する効果を持つからである．しかし,「出生低位」や「技術進歩無」のケースでは，将来の生産活動が低下するため，社会資本の生み出す便益も低下してしまう．効率性の観点からは，純便益が正の事業を行うべ

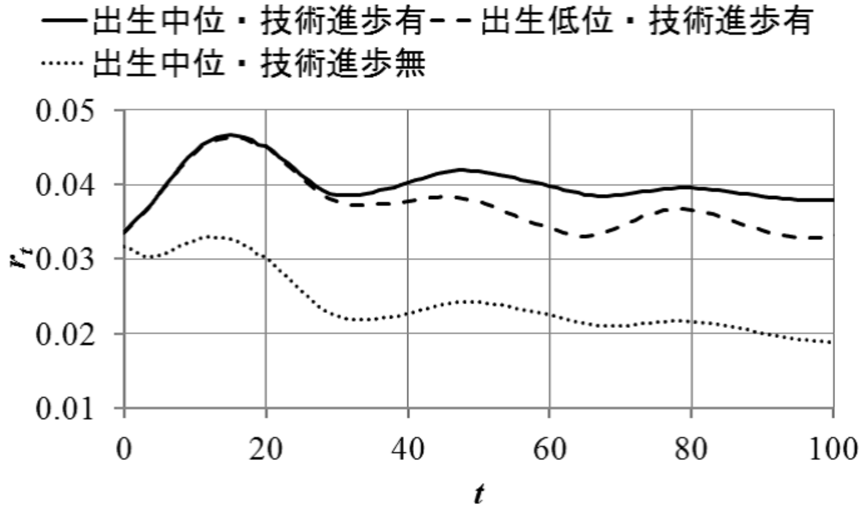

図 4.14: 将来の人口・技術と金利の推移の関係

きであるから,「出生低位」や「技術進歩無」の事例では,「出生中位・技術進歩有」の事例よりも社会資本投資事業を行いにくくなる．実際に分析を行うと，補償変分の総和で評価した純便益を最大化するような政策を考えるとき,「出生中位・技術進歩有」のケースの方が,「出生低位」や「技術進歩無」のケースよりも社会資本投資額が大きくなることを確認できる．例えば，純便益を最大化するような I_t^g/Y_t の比を探索すると,「出生中位・技術進歩有」のケースは 8.1%,「出生中位・技術進歩無」のケースは 7.3%,「出生低位・技術進歩有」のケースは 7.9%,となる．

しかし，本章では，補償変分の総和で評価した純便益を用いて社会資本投資事業の評価を行う場合，世代間公平性の観点からも，ある程度，望ましい社会資本投資が行われることを指摘する．実は,「技術進歩無」や「出生低位」の事例では,将来の便益が高く評価されるようになるため，純便益の減少が抑えられている．この理由は，内生的に定まる金利にある．**図–4.14** は，本節で取り上げる三つのケースの基準経路における金利 r_t の推移を示したものである.「技術進歩無」や「出生低位」の事例では,「出生中位・技術進歩有」の事例よりも，金利 r_t が低く

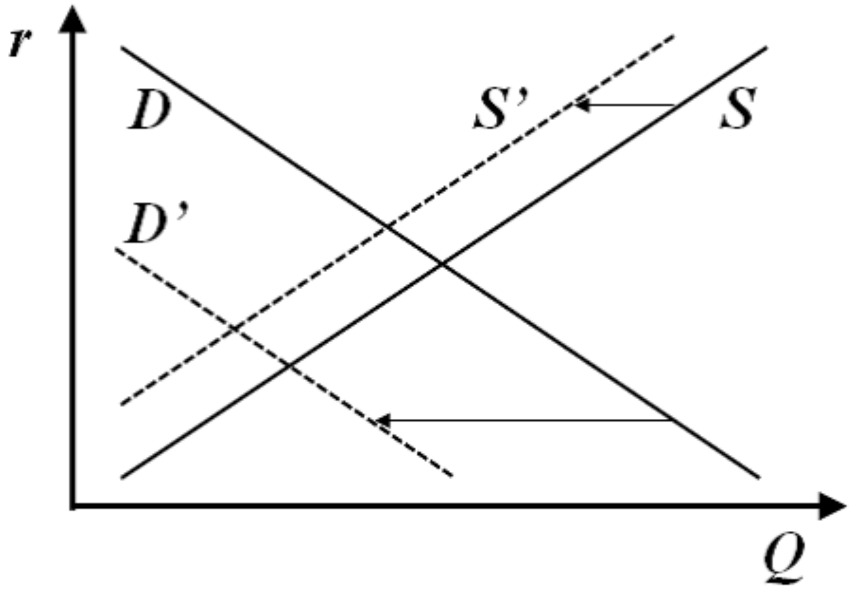

図 4.15: 資金の需要・供給の変化による金利の低下

推移していることを確認できる．**図–4.15** は，この金利低下の仕組みを模式的に示したものである．縦軸は金利 r を，横軸は資本市場における資金の需要量・供給量 Q を表す．右下がりの実線 D は企業の当初の資金需要曲線を，右上がりの曲線 S は家計の当初の資金供給曲線を表す（政府の資金需要・供給は無視している）．実線 D と実線 S の交点は資本市場の需給が一致する当初の均衡点を表し，この均衡点における金利が当初の金利となる.「技術進歩無」や「出生低位」の事例では，生産性の低下により収益性の高い投資機会が減り，資金需要が低下するため，需要曲線 D は左方にシフトし，需要曲線 D' に変化する．同時に，生産性の低下により家計の所得が減るため，資金供給も低下する．ただし，将来の厳しい環境を予見した現在世代は，貯蓄による資金供給をそれほど低下させないため，供給曲線 S の左方へのシフトは抑えられ，変化後の供給曲線は S' となる．その結果，資本市場の需給が一致する均衡点（曲線 D' と S' の交点）における金利は低下する．補償変分や補償変分の総和は，将来の便益を金利 r_t を用いて割り引くため,「技術進歩無」や「出生低位」の事例では，将来の便益が高く評価される．

結果として，純便益の減少が抑えられる．資源の効率的利用の観点から社会的割引率を設定する場合，投資の機会費用である金利を用いるのが適切である [30] から，内生的に定まる金利を割引率に用いて社会資本投資事業の評価を行うことにより，効率性の観点から望ましい社会資本投資が行われるのみならず，将来世代の厚生低下を抑えるという観点からも，ある程度，望ましい社会資本投資が行われると言うことができる．これは，**1.4.3** や **2 章**で述べた，世代間公平性に配慮した社会的割引率の調整とは，仕組みが異なることに注意する必要がある．本章のモデルにおいて，金利は，自らの子孫の効用を考慮しない家計の貯蓄行動を通じて決定される．将来の厳しい環境が予想される場合には，家計はその環境に備えた貯蓄行動を行う．その結果，投資の機会費用である金利が低下する．

逆に，将来の人口や技術水準に依存した金利の変化を考慮せず，固定された割引率を用いて社会資本投資事業の評価を行うことは，効率性の観点から問題があるのみならず，将来世代の厚生にも悪影響を及ぼす可能性がある．この点を分析するために，将来の人口や技術水準に依存した金利を割引率として用いる場合と，固定された割引率を用いる場合の間で，純便益の評価額にどれだけの差が出るのかを分析する．前節と同様に，特定の時刻 j における社会資本投資額 I_j^g を 1 だけ増やし，時刻 j における社会資本投資事業 1 兆円の限界的な純便益を計算する．ただし，補償変分の総和は，将来の人口や技術水準に依存した金利を割引率として用いなければ計算ができない．そこで，以下のような簡便な手法を用いて投資事業の便益を評価する．まず，時刻 t における投資事業の便益 B_t を，

$$B_t = \alpha_g G_t^{\alpha_g - 1} K_t^{\alpha_k} (A_t L_t)^{1-\alpha_k} \Delta G_t + \sum_{s=0}^{J} N_{s,t} \frac{u_{gp}(c_{s,t}, gp_t)}{u_c(c_{s,t}, gp_t)} \Delta gp_t \tag{4.44}$$

と表す．$\Delta G_t, \Delta gp_t$ はそれぞれ，投資事業を実施した場合の時刻 t における G_t, gp_t の増分を表す．例えば，時刻 0 において I_t^g を 1 増やした場合には，G_1 が 1 増加するため，$\Delta G_1 = 1$ となる．また，u_c, u_{gp} はそれぞれ，効用関数 u の c, gp に関

表 4.2: 時刻 20 における社会資本投資 1 兆円の限界的な純便益

計算方法	出生中位	出生低位
TCV	0.496	0.491
TNB^{*}	0.420	0.414
TNB^{**}	0.420	0.392

表 4.3: 時刻 0 における社会資本投資 1 兆円の限界的な純便益

計算方法	技術進歩有	技術進歩無
TCV	1.18	1.30
TNB^{*}	1.02	1.08
TNB^{**}	1.02	0.76

する偏導関数を表す．式 (4.44) の右辺第 1 項は，社会資本の生産力効果による時刻 t の GDP の増分を表す．また，右辺第 2 項は，社会資本の厚生効果による家計の効用水準の増分 $u_{gp}\Delta gp_t$ を，時刻 t の財の限界効用 u_c で除すことにより，金銭の単位で評価したものである．右辺を計算する際には，基準経路における変数の値を代入する．割引率の流列として $\{q_t\}_{t=0}^{\infty}$ を用いる場合，B_t を用いると，投資事業の純便益 TNB は,

$$TNB = \sum_{t=0}^{\infty}\left[\prod_{\tau=0}^{t-1}\left(\frac{1}{1+q_\tau}\right)B_t\right] - \prod_{\tau=0}^{j-1}\left(\frac{1}{1+q_\tau}\right)\cdot 1 \tag{4.45}$$

と評価できる．ここで，式 (4.45) の右辺第 1 項は事業の便益の総和を表し，右辺第 2 項は事業の費用（時刻 j における 1 兆円の費用の増加）を表している．TNB を用いて純便益を評価することにより，所与の割引率の流列 $\{q_t\}_{t=0}^{\infty}$ の下での純便益を計算することができる．本節では,「出生中位・技術進歩有」の基準経路における金利を割引率に用いて計算される TNB を TNB^{**} と定義する．また，純便益の計算対象となる事例の基準経路における金利を割引率に用いて計算される TNB を TNB^{*} と定義する．

表–4.2 は,「出生中位・技術進歩有」と「出生低位・技術進歩有」の各ケースについて，時刻 20 における社会資本投資 1 兆円の限界的な純便益を計算した結果を示したものである．また，**図–4.3** は,「出生中位・技術進歩有」と「出生中位・技術進歩無」の各ケースについて，時刻 0 における社会資本投資 1 兆円の限界的な純便益を計算した結果を示したものである．全ての事例において，TCV が TNB^* よりも高いが，これは消費税の分だけ家計が消費増加の便益を高く評価することによる．これらの表より，将来の人口や技術水準に依存した金利の変化を考慮せず，固定された割引率を用いて社会資本投資事業の評価を行うと，社会資本投資事業の評価を低く評価してしまうことが確認できる．以上の結果より，固定された割引率を用いて社会資本投資事業の評価を行うと，効率性の観点から必要な社会資本が整備されないだけでなく，将来世代の厚生にも悪影響を及ぼす可能性があると言える．

また，**2 章**では，世代間公平性に配慮して社会的割引率の調整が行われる場合，社会資本投資計画が将来の人口構成の想定に関する影響を受けにくくなることを考察したが，この性質は，効率性に配慮して社会的割引率の調整を行う場合にも成立すると言うことができる．効率性に基づく社会的割引率の調整は，資源の効率的な活用の観点から望ましいのみならず，将来の人口構成や技術水準に関して不確実性が大きい環境において，将来の人口構成や技術水準の想定が，社会資本投資政策や将来世代の厚生に及ぼす影響を小さくするという点においても，有用な特徴を有すると言える．

4.6 結言

本章は，政府の予算制約を考慮した，世代重複モデル型の動学的一般均衡モデルを構築した．その上で，社会資本の投資政策と長寿命化政策，および，その資

金の調達方法が，世代別の厚生に与える影響を分析した．また，将来の人口動態や技術水準の推移に応じた，社会的割引率の効率的な調整について分析を行った．さらに，このような割引率の調整が各世代の厚生に与える影響についても考察を行った．分析の結果，限られたパラメータ設定の下ではあるが，以下のような知見を得ることができた．まず，社会資本の投資事業や長寿命化事業は，現在世代よりも将来世代に多くの便益をもたらす．その一方で，現在世代のうち高齢の世代は，事業の実施により損失を被る．起債による資金調達により，事業費用の一部を将来世代に転嫁することが可能である．ただし，起債による資金調達は，現在世代の若年の世代に事業費用の負担を集中させる傾向がある．基金の積み立てによる資金調達は，将来世代の厚生を改善する上で有用である．次に，将来の人口や技術水準が低く推移する際には，現在世代の家計が将来に備えた貯蓄行動を行う結果，金利が低下する．この金利を社会的割引率として費用便益分析を行うことにより，資源の効率的な活用の観点だけではなく，世代間公平性の観点からも，ある程度，望ましい社会資本投資政策が行われる．また，こうした社会的割引率の調整には，将来の人口構成や技術水準の想定が，社会資本投資計画や将来世代の厚生に及ぼす影響を小さくするという効果が存在する．

本章にはいくつかの課題が残されており，今後，解決していく必要がある．まず，本章では分析の都合上，現実の公債残高を無視した他，外国との資金の貸借も考えなかった．今後の分析では，これらを考慮したモデル化が必要となる．その際，資産によって金利に差があることを考慮する必要がある．次に，本章では 1 地域のモデルを考えたが，地域別・世代別の帰着便益を分析するために，多地域のモデルを構築する必要がある．その際，地域間の人口移動や，各地域の生産活動に関して規模に関する収穫逓増が働きうることを考慮した分析を行う必要がある．最後に，社会資本投資政策が産業別の生産活動に与える影響を分析するた

めに，多部門の DCGE モデルを構築する必要がある．その際，部門別の人的資本の蓄積過程を考慮することにより，より有用な分析が可能になると考えられる．例えば，建設産業に従事する労働者の人的資本の蓄積過程を考慮することにより，社会資本投資事業の支出額の経年変動が人的資本の蓄積を阻害し，投資事業の費用を増加させるといった現象を考慮に入れたうえで，効率的な社会資本投資政策について分析することが可能になると考えられる．

参考文献

[1] 小池淳司, 上田孝行, 宮下光宏: 旅客トリップを明示した SCGE モデルの構築とその応用, 土木計画学研究・論文集, Vol.17, pp.237-245, 2000.

[2] 檜垣史彦, 水谷誠, 土谷和之, 小池淳司, 上田孝行: 準動学的 SCGE モデルによる国際物流需要予測および港湾整備の便益評価, 運輸政策研究, Vol.10, No.4, pp.21-32, 2008.

[3] 伴金美: 日本経済の多地域動学的応用一般均衡モデルの開発 Forward Looking の視点に基づく地域経済分析, RIETI Discussion Paper Series 07-J-043, 2007.

[4] Dixon, P.B. and Parmenter, B.R.: Computable General Equilibrium Modeling for Policy Analysis and Forecasting, in *Handbook of Computational Economics, Volume I* Edited by Amman, H.M., Kendrick, D.A. and Rust, J., North Holland, 1996.

[5] 小池淳司, 岩上一騎, 上田孝行: 社会資本整備の世代間厚生分析 －世代重複型応用一般均衡モデルの開発と応用－, 土木計画学研究・論文集, Vol.20, No.1, pp.155-162, 2003.

[6] Ramsey, F.P.: A mathematical theory of saving, *The Economic Journal*, Vol.38, No.152, pp.543-559, 1928.

[7] De Nardi, M., Imrohoroglu, S. and Sargent, T.J.: Projected U.S. Demographics and Social Security, *Review of Economic Dynamics*, Vol.2, pp.575-615, 1999.

[8] 木村真, 橋本恭之: 多部門世代重複モデルによる財政再建の応用一般均衡分析, 内閣府経済社会総合研究所 経済分析, 183 号, pp.1-24, 2010.

[9] 川出真清, 別所俊一郎, 加藤竜太 : 高齢化社会における社会資本 －部門別社会資本を考慮した長期推計－, ESRI Discussion Paper Series No.64, 2003.

[10] Blanchard, O.J.: Debt, Deficits, and Finite Horizons, *The Journal of Political Economy*, Vol.93, No.2, pp.223-247, 1985.

[11] Auerbach, A.J., Gokhale, J. and Kotlikoff, L.J.: Generational Accounting: A Meaningful Way to Evaluate Fiscal Policy, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol.8, No.1, pp.73-94. 1994.

[12] Kotlikoff, L.J.: *Generational Accounting - Knowing Who Pays, and When, for What we Spend*, New York: Free Press, 1992.

[13] Kotlikoff, L.J. and Raffelhuschen, B.: Generational Accounting Around the Globe, *The American Economic Review*, Vol. 89, No. 2, Papers and Proceedings of the One Hundred Eleventh Annual Meeting of the American Economic Association, pp.161-166, 1999.

[14] Ginsburgh, V. and Keyzer, M.: *The Structure of Applied General Equilibrium Models*, MIT Press, 2002.

[15] 唐木芳博, 奥原崇, 渡真利諭, 朝日ちさと, 西畑 知明: 社会資本ストックの経済効果に関する研究 －都市圏分類による生産力効果と厚生効果－, 国土交通政策研究 第 68 号, 2006.

[16] 厚生労働省: 第 21 回生命表（完全生命表）, 2012.

[17] 総務省: 平成 22 年 10 月 1 日現在人口, 2011.

[18] 国立社会保障・人口問題研究所: 日本の将来推計人口（平成 24 年 1 月推計）, 2012.

[19] 厚生労働省: 賃金構造基本統計調査（全国）（平成 24 年）, 2013.

[20] Heer, B., Maussner, A.: Dynamic General Equilibrium Modeling Computational Methods and Applications 2nd Edition, Springer, 2009.

[21] 内閣府: 2011 年度国民経済計算確報.

[22] 浅子和美, 坂本和典: 政府資本の生産力効果, 大蔵省財政金融研究所 フィナンシャル・レビュー, February, 1993.

[23] 岩本康志, 大内聡, 竹下智, 別所正: 社会資本の生産性と公共投資の地域間配分, 大蔵省財政金融研究所 フィナンシャル・レビュー, December, 1996.

[24] 大河原透: 地域経済発展と公共投資・社会資本ストック, 経済発展と地域経済構造 −地域経済学的アプローチの展望− 大野幸一編, pp.117-158, 2000.

[25] 遠藤業鏡: 社会資本整備の政策評価, 日本政策投資銀行 地域政策研究, Vol.4, 2002.

[26] 塚井誠人, 江尻良, 奥村誠, 小林潔司: 社会資本の生産性とスピルオーバー効果, 土木学会論文集, No.716, IV-57, pp.53-67, 2002.

[27] 内閣府政策統括官: 日本の社会資本 2012, 2012.

[28] 国立社会保障・人口問題研究所: 平成 21 年度社会保障給付費（概要）, 2011.

[29] Romer, D.: *Advanced Macroeconomics Fourth Edition*, McGraw-Hill, 2012.

[30] Arrow, K.J., Cline, W.R., Mäler, K.-G., Munasinghe, M., Squitieri, R. and Stiglitz, J.E.: Intertemporal Equity, Discounting, and Economic Efficiency, Chap-

ter 4 in: Bruce, J.P., Lee, H. and Haites, E.F. (Eds.), *Climate Change 1995: Economic and Social Dimensions of Climate Change: Contribution of Working Group III to the Second Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, 1996.

第5章　動学的確率的経済モデルの長期的な防災投資計画への応用

5.1　緒言

自然災害は一国の経済に長期的な影響を及ぼす．その主な原因は，国内に蓄積されてきた生産資本（例えば，工場，オフィスビル，発電所などの設備や，道路，橋梁，送電線などのインフラなど）が災害によって破壊されてしまうことにある．いったん生産資本が破壊されてしまうと，生産資本ストックが元の水準に回復するまでの間，国の経済活動も元の水準に回復しない．こうした被害を緩和するためには，建築物に耐震補強設備を備え付けたり，堤防やダムなどの防災インフラを整備したりする必要がある．そのような防災施設は長い年月をかけて新設，維持補修，修繕，更新を通じて管理されてきている．すなわちそれらは経済社会における一種のストックを形成していると解釈できる．このような防災施設のストックは，生産資本ストックとは本質的に役割が異なるストックと考えられ，本研究では防災資本ストックと呼称する．

長期的な防災インフラ整備計画は，防災資本ストックへの投資問題，すなわち時間軸上のマクロ経済問題として扱うことができると考えられる．そこで本章は，災害リスクという不確実性下における，生産資本および防災資本という明示的に差別化されたストックを表現した動学的確率的経済モデルにより，国民のリスク回避に関する選好を考慮した社会的に最適な生産資本と防災資本の蓄積過程を分析し，これにより規範的な防災投資政策に関する示唆を得ることを目的とする．

防災の分野で時間軸が考慮されるとき，典型的に二つの捉え方がなされている．ひとつはアメリカ合衆国の連邦緊急事態管理庁（Federal Emergency Management Agency of the United States, FEMA）等が採用する ”Disaster Cycle”のタイプであり，Disaster → Response → Recovery → Mitigation → Preparedness → Disaster →… のように，災害から次の災害までを明確にステージで区切る方法である [1]．そこではステージ毎に企業や政府の意思決定者がすべきことが指示されている．

いまひとつは，災害の到着時点が不確実であることを強調して,「災害の事後は,既に次の災害の事前である」と捉える方法である（例えば Shaluf[2]）．そこでは復興と防災を同時に進めるべきであることが主張されている．

本章の枠組みは基本的には後者に近い．しかしながら，災害前の社会厚生を回復する「復興過程」にも段階は存在する．災害リスク下の経済の最適な動学経路を生産資本と防災資本の二種類のストックの蓄積過程として考えるとき，両ストックの限界価値が等しい状態と，そうでない状態がある．平常時の最適な動学経路では両ストックの限界価値が等しい．一方，最適な「復興過程」は，両限界価値が異なっており，それらを等しくするための投資活動が行われる期間と，両限界価値がバランスを保った状態で資本蓄積が行われる期間で構成される．本研究は,前者を「ストック調整過程」，後者を「バランス復興過程」と捉えられることを指摘する．両者の間で最適な資本の復興過程は根本的に異なる．また両者の期間の長さは事前の動学的最適化問題により内生的に決定される．

また，ストックとしての防災施設には，河川堤防のように生産施設や住居とは独立に存在するものと，耐震補強設備や耐火設備のように他の用途の構造物に体化したものがある．後者について，実務では，建築物の耐震基準のような形で防災設備の水準が与えられている．しかし長期的な経済成長過程において，防災設備の水準が生産設備の水準に対して一定の比で与えられるべきか，増加していく

べきか，減少していくべきかは自明ではない．本章の数値シミュレーションでは，このような生産設備と一体となった防災設備に着目し，最適な生産資本と防災資本の蓄積過程について分析する．本章では，防災効果を持つ全ての設備に対する投資政策を考える．したがって，必ずしも社会資本に限定した投資政策を分析するわけではないが，そこで得られた政策的示唆は防災効果を持つ社会資本に対しても適用可能なものである．以下，**5.2.** では本章の位置づけについて述べる．**5.3.** では生産資本と防災資本をもつ災害リスク下の動学的経済モデルを定式化する．**5.4.** では数値シミュレーションによりモデルの動学を記述する．**5.5.** では比較動学分析を行い，政策的示唆を導く．

5.2 本章の基本的な考え方

5.2.1 防災と復興の財政

不確実性下の費用便益分析については Arrow and Lind[3] や Graham[4] らによって初期の発展がなされた．防災投資の便益評価については，一般均衡理論と整合的なかたちの便益評価手法が提案されている（例えば，高木ら [5]，上田 [6]，森杉ら [7]，小林・横松 [8]）．それらは多主体の空間立地や保険市場のリスク配分を明示的に捉えた静学的モデルを基礎としている．静学的なアプローチは，定常的な災害リスクに対する政策の便益評価，特にその空間的な分布を分析する際に有用であるが，災害の事前と事後の均衡の異同などに着目した動的な防災投資戦略を議論するには限界がある．

一方，動学的なアプローチによって，家計の災害リスク下の消費・資産形成問題から防災投資便益を導く研究も存在する（例えば，横松・小林 [9],[10]）．そこではパラメータで表される防災水準，すなわち一家計にとっての外生的環境としての防災水準に対する支払い意思額により防災投資便益を評価している．それは経済において small である，個々の防災投資プロジェクトに対する便益指標であ

り，マクロスケールの一国の防災投資計画の議論に直結するものではない．本章では，マクロ経済を対象とし，防災投資や復興の災害関連支出を集計的に捉える．そしてそれらの増加がその年の消費あるいは生産投資を減じる関係を考慮に入れた最適な防災投資について議論する．

5.2.2 動学的確率的マクロ経済モデルと”Disaster”

確率要素を考慮した動学的な経済モデルについては，特にマクロ経済学の分野において発展が見られ，リアル・ビジネス・サイクルモデルを出発点とする動学的確率的一般均衡モデル (Dynamic Stochastic General Equilibrium Model, DSGE Model) の研究系譜が形成されている（例えば，Brock and Mirman[11], Kydland and Prescott[12], Aghion and Howitt[13]）．DSGE モデルのメリットの一つは，モデルが記述する資産価格が，家計のリスク回避に関する選好に基づき，経済の動学と整合的に決定される点である．よって外生的なリスクの影響を内生的な資産価格の変化に関係付けながら調べることができる．本章のモデルも DSGE モデルの系譜に含まれる．ただし，本章の分析は，最適な生産資本と防災資本の蓄積過程に関心があるため，直接的には社会的最適化問題を扱う．したがって，本モデルでは資本の限界価値の振舞いを通じて，マクロ経済へのリスクの影響を把握する．

また，稀少頻度で到着するジャンプリスクを”Disaster”と称して，”Disaster”の資産価格やマクロ経済への影響を分析する研究が近年増加している．Rietz[14] や Barro[15],[16] は，実際の市場で観察される株式リスクプレミアムが通常のモデルで計算される値よりもはるかに大きいという問題 (”Equity Premium Puzzle”) を説明するために ”Rare Disaster” の概念を導入した．その後，投資家が”Disaster” 後の復興を予測する場合にモデルが拡張されるなど，”Disaster”の影響に関する理論的，実証的関心は高まっている（例えば Gourio[17], Wachter[18], Lettau and

Ludvigson[19], Mehra and Prescott[20]）．連続時間軸上のポアソンショックとして”Disaster”を導入したDSGEモデルも開発されている（例えばPosch[21], Posch and Trimborn[22]）．これらの研究における”Disaster”は，GDPの減少率によって定義された ”Economic Disaster”であり，一般的には大恐慌や金融危機，戦争，疫病，大規模自然災害等の事象を意味する．しかし，それらの焦点は専ら金融市場の振舞いにあり，”Disaster”のリスクの総量を減らす手段は考慮されていない．それに対して，本章では，自然災害のリスクの総量を減らすことができる防災資本という特殊な実物資産の存在を考慮しているという特徴がある．

5.2.3　複数のストックをもつ経済モデルとターンパイク

動学的な経済モデルを用いた研究の中には，一般的な生産資本とは異なる特徴を持つ生産要素のストック（具体的には，人的資本や特許など）に焦点を置いたものがある．これらの研究のモデルでは，人的資本などのストックを生産資本ストックと区別して扱うために，複数のストックを持つ経済が表現されている（例えば，Uzawa[23], Lucus[24]）．

複数のストックを持つ不確実性がない経済を想定した動学的経済モデルでは，全てのストックの限界価値が同一となった状態を保ったまま経済が成長していく成長経路が，社会的に最適となることが知られている [25]．Tsur and Zemel[25] はそのような状態の成長経路をターンパイク (turnpike) と呼んでおり，本章でもその呼称を用いることにする．一方，経済がターンパイク上に無いときには，ストックの少ない資産の限界価値が高くなる．それはアンバランス効果 (imbalance effect) と呼称されている．

債券や株式のような金融資産の場合には，アンバランス効果が生じても，価値の低い資産が取り崩され，価値の高い資産に瞬時に割り当てられることによって，全ての資産の価値が直ちに同一になる．しかし，生産資本や人的資本の場合には，

このような瞬間的な価値の調整は不可能である．つまり，人的資本の限界価値が生産資本の限界価値よりも高いからといって，工場を取り崩して，労働者の技能を瞬間的に増加させるようなことはできない．物的資産や人的資本のポートフォリオは，このような非可塑性を特徴として持つものである．上記の先行研究においては，この特徴が，各資産に対する投資の非負制約（負の投資である資産の取り崩しはできないという仮定）として表現されている．投資の非負制約が存在する場合には，資産間で限界価値の異なるアンバランスな状態から，バランスの取れたターンパイクへの移行には，時間を要する．この知見は，複数のストックを持つ経済モデルの分析によって得られる代表的なものである．

しかしながら，上記のような不確実性がないモデルでは，そもそもなぜアンバランスな状態を考える必要があるのかを説明することができない．これらの研究では，初期時点ないし特定のある時点において，複数のストックがアンバランスであると設定することによって，ターンパイクへの移行過程に関する議論を行っている．しかし，動学的なモデルでは，時計を時刻 0 に合わせる「初期時点」であっても，それ以前の時刻の歴史が存在するため，最適な投資活動が行われているのであれば，経済は既にターンパイクに乗っていると考えるのが自然である．確定的なモデルでは，ターンパイクからの逸脱した状態を ad hoc に作り出しているわけである．したがって，これらの研究は，アンバランスな状態からターンパイクへの移行過程に関する議論は行っているものの，なぜアンバランスな状態を考える必要があるのかについては説明できていない．無論，逸脱の大きさを制御する問題も考えられていない．

本章で扱う資産である生産資本と防災資本も，物理的な施設であるから，そのポートフォリオは非可塑性を備えている．本章では，この非可塑性を表現する手段として，上記の先行研究と同様に，投資の非負制約を導入する．投資の非負制

約の代わりに，投資の調整費用を用いて非可塑性を表現することも可能であるが，その場合にも，本章の結論が大きく変わることはないと考えられる．

上記の先行研究と本章の大きな違いは，本章では，災害の発生によって生産資本と防災資本のストック水準がジャンプする状況を考えていることにある．このとき，経済は一般的に，ターンパイクから逸脱することになる．したがって，本章のモデルは，アンバランスな状態が内生的に生じる状況を対象としている．ここでは，ターンパイクも，将来の不確実なジャンプを考慮した上で与えられることになる．そして，災害前の防災資本の蓄積を通じて，ターンパイクからの逸脱の大きさは内生的に制御される．

また，本章は，アンバランスな状態からターンパイクへの移行過程に対して，災害からの復興過程としての意味付けを行う．本章は，災害復興過程が，最短経路でターンパイクに乗るための「ストック調整過程」と，ターンパイク上を辿って災害前の状態へと向かう「バランス復興過程」で構成されることを明らかにする．そしてその両過程の間で，最適な資本形成過程が全く異なったものとなることを指摘する．本章は，民間生産施設や社会資本の再形成のプロセスを論じる復興政策論に対して，新しい着眼点をもたらすことを試みる．以上のように，動学的確率的経済モデルを用いて，生産資本と防災資本の二つのストックの形成問題の視点から，長期的に最適な防災資本の蓄積過程と復興過程を分析した研究は，著者らが知る限り存在しない．

5.3 モデルの定式化

本章は，防災資本と生産資本という，機能が異なる複数ストックに対する投資政策への示唆を検討することを目的としている．このため，それらの本質的特性である，資本の蓄積過程に焦点を絞ったモデル化を行い，それ以外の部分につい

ては，可能な限り簡便な動学的経済モデルの枠組みを採用する．モデル構築にあたり，以下の仮定を置く．

1. 閉鎖経済としての一国経済システムを想定し，他の国との交易や資金の貸借は考えない．
2. 経済には生産資本ストックと防災資本ストックの二種類のストックが存在し，設置された各々のストックは相互に転用不可能である．
3. 生産活動における投入要素は，生産資本ストックと労働力のみとする．
4. 国の人口および技術水準は通時的に一定である．人口は 1 に基準化する．したがって，経済成長の源泉は生産資本の蓄積のみとなる．
5. 生産資本ストックと防災資本ストックは，どちらも災害リスクに晒されており，災害が発生するとこれらのストックの一部が破壊される．
6. 防災資本ストックは，生産活動には直接的には寄与しないが，災害発生時における資本ストック破壊を軽減させる効果を持つ．

上記のうち 4. の仮定は，本章が，防災資本ストックへの投資政策と経済成長との関係に着目するため，それ以外の経済成長要因を排除して考えるために設けた仮定である．

5.3.1　災害の被害と防災資本

ある時点における，この国内の生産資本のストックを K, 防災資本のストックを G と表記する．災害が生じたときには，生産資本も防災資本もストックの一定割合が破壊されると考え，その被害率はそれぞれ，$\Phi_K(K,G)$，$\Phi_G(K,G)$ という K, G についての関数で表されるものとする．すなわち，災害が生じた後に，破壊さ

れずに残される生産資本のストックと防災資本のストックはそれぞれ，

$$K - K\Phi_K(K, G) \tag{5.1}$$

$$G - G\Phi_G(K, G) \tag{5.2}$$

と表される．Φ_K，Φ_G は，K，G について二階微分可能であり，かつ，次の条件（式 (5.3)– (5.5)）を満たす.

$$0 \leq \Phi_K(K, G) \leq 1 \tag{5.3}$$

$$0 \leq \Phi_G(K, G) \leq 1 \tag{5.4}$$

$$\frac{\partial \Phi_k}{\partial G}(K, G) \leq 0 \tag{5.5}$$

式 (5.3)，(5.4) は，資本の被害率が 0 以上 1 以下となることを表す．式 (5.5) は，生産資本の被害率が，防災資本のストックの単調非増加関数となることを表す. これらは全て，災害の被害の一般的な性質を定式化したものと言える.

5.3.2　経済活動

まずは，この国の経済活動に関する技術的な制約を定式化する．時間を $t = 0, 1, 2, \cdots$ のように離散的に表現し，t 期の期首における生産資本のストックを K_t，防災資本のストックを G_t で表す.

災害が生じるタイミングは，各期の期首である．ある期に災害が生じる確率は通時的に一定であるとし，その確率を p で表す．t 期以前において，t 期に災害が生じるかどうかを確定的に知ることはできない.

ここで，モデルの表記を簡潔にするため，災害の生起を表現する確率変数 z_t を導入する．t 期に災害が生じる場合は，z_t は 1 の値をとり，災害が生じない場合

は，0 の値をとるとする．このとき，

$$\Pr(z_t = 1) = p \tag{5.6-a}$$

$$\Pr(z_t = 0) = 1 - p \tag{5.6-b}$$

と表すことができる．ここで，$\Pr(z_t = x)$ は，z_t が値 x を取る確率を表す.

t 期に災害が生じたかどうかが判明した後の（すなわち，z_t の値が判明した後の）生産資本と防災資本のストックを，それぞれ K_t^{AD}，G_t^{AD} とする．確率変数 z_t を用いると，K_t^{AD} と G_t^{AD} はそれぞれ，式 (5.7)，(5.8) のように表すことができる．

$$K_t^{AD} = K_t - K_t \Phi_K(K_t, G_t) z_t \tag{5.7}$$

$$G_t^{AD} = G_t - G_t \Phi_G(K_t, G_t) z_t \tag{5.8}$$

t 期の生産活動は，t 期に災害が生じたかどうかが判明した後に行われる．この国の生産物は一種類のみであり，消費財としても投資財としても利用できる．この生産物を価値尺度財とする．この生産物の生産技術は，生産資本 K，労働力 L についての生産関数 $F(K, L)$ で表される．関数 $F(K, L)$ は K，L について二階微分可能な収穫一定の関数であり，かつ，以下の性質を満たす.

$$\frac{\partial F}{\partial K}(K, L) > 0, \frac{\partial F}{\partial L}(K, L) > 0 \tag{5.9-a}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}(K, L) < 0, \frac{\partial^2 F}{\partial L^2}(K, L) < 0 \tag{5.9-b}$$

$$\lim_{K \to +0} \frac{\partial F}{\partial K}(K, L) = \infty, \lim_{K \to \infty} \frac{\partial F}{\partial K}(K, L) = 0, \forall L > 0 \tag{5.9-c}$$

$$\lim_{L \to +0} \frac{\partial F}{\partial L}(K, L) = \infty, \lim_{L \to \infty} \frac{\partial F}{\partial L}(K, L) = 0, \forall K > 0 \tag{5.9-d}$$

生産資本と労働力は常に完全雇用されるとする．よって，t 期の生産資本の供給は，K_t^{AD} に一致する．また，労働力の供給は，常にその賦存量に一致する．また，労働力の賦存量は国内の人口（1 に基準化されている）に一致するとする．この

とき，t 期の生産物の生産量 Y_t は,

$$Y_t = F(K_t^{AD}, 1) \tag{5.10}$$

と表される．生産物は価値尺度財であるから，Y_t は国内総生産（GDP）に一致する．労働力の供給は常に 1 であるから，$f(K) = F(K, 1)$ と定義すると，式 (5.10) は,

$$Y_t = f(K_t^{AD}) \tag{5.11}$$

と簡略化して表すことができる．

t 期に生産された生産物 Y_t は，t 期の消費 C_t，生産投資 I_t^K，防災投資 I_t^G に使用される．この関係を式 (5.12) に表す.

$$Y_t = C_t + I_t^K + I_t^G \tag{5.12}$$

生産投資によって生産資本が蓄積され，防災投資によって防災資本が蓄積される．投資と資本ストックの蓄積過程の関係は，以下の式 (5.13)，(5.14) で表される．

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K)K_t^{AD} + I_t^K \tag{5.13}$$

$$G_{t+1} = (1 - \delta_G)G_t^{AD} + I_t^G \tag{5.14}$$

ここで，δ_K, δ_G はそれぞれ，生産資本の減耗率と防災資本の減耗率を表す定数である．消費 C_t，生産投資 I_t^K，防災投資 I_t^G には非負制約（式 (5.15)–(5.17)）が存在する．

$$C_t \geq 0 \tag{5.15}$$

$$I_t^K \geq 0 \tag{5.16}$$

$$I_t^G \geq 0 \tag{5.17}$$

5.2. で述べたように，投資の非負制約を表す式 (5.16)，(5.17) は，物的資産である生産資本や防災資本を取り崩して，異なる資本への投資財や消費財として用いることはできないことを意味している．

以上で，この国の経済活動に関する技術的な制約の定式化は完了した．次に，世代間公平性と国民のリスク回避に関する選好を考慮した，政府の規範を表す社会厚生関数を次のように定式化する．

$$\mathrm{E}_0\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(C_t)\right] \tag{5.18}$$

ここで，関数 u は家計の一期間の厚生を表す関数である．また，β は厚生の割引因子を表す定数（$0<\beta<1$）である．また，E_t は，t 期に得られる情報を用いて期待値を計算することを意味する記号である．一期間の厚生を表す関数 u は，以下の式 (5.19-a)，(5.19-b) の性質を満たすとする．

$$u'(C)>0, u''(C)<0 \tag{5.19-a}$$

$$\lim_{t\to+0} u'(C)=\infty \tag{5.19-b}$$

これらの条件は，新古典派経済成長理論や DSGE モデルにおいて標準的なものである．式 (5.19-a) は，家計がリスク回避的であることを意味する．また，式 (5.19-b) は，家計が消費を 0 にすることを極度に嫌う（餓死を避ける）ことを意味する．

経済活動に関する技術的な制約と，社会厚生関数を定義したので，社会的最適化問題を定式化することが可能となる．社会的最適化問題は，所与の資源の制約（式 (5.20-g)）と技術の制約（式 (5.20-b–(5.20-f)）の下で，社会厚生関数（式

(5.20-a)）を最大化する，次の確率的動学的最適化問題として表される．

$$\max_{\{C_t, K_{t+1}, G_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathrm{E}_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t) \right] \tag{5.20-a}$$

$s.t.$

$$f(K_t - K_t \Phi_t^K z_t) + (1-\delta_K)(K_t - K_t \Phi_t^K z_t)$$

$$+(1-\delta_G)(G_t - G_t \Phi_t^G z_t) = C_t + K_{t+1} + G_{t+1} \tag{5.20-b}$$

$$K_{t+1} - (1-\delta_K)(K_t - K_t \Phi_t^K z_t) \geq 0 \tag{5.20-c}$$

$$G_{t+1} - (1-\delta_G)(G_t - G_t \Phi_t^G z_t) \geq 0 \tag{5.20-d}$$

$$\Pr(z_{t+1} = 1) = p \tag{5.20-e}$$

$$\Pr(z_{t+1} = 0) = 1 - p \tag{5.20-f}$$

$$K_0, G_0, z_0 : \text{given} \tag{5.20-g}$$

ここで，Φ_t^K と Φ_t^G はそれぞれ，$\Phi_K(K_t, G_t)$ と $\Phi_G(K_t, G_t)$ を略記したものである．式 (5.20-b)–(5.20-d) は問題の制約条件であり，式 (5.7)，(5.8)，(5.11)–(5.14)，(5.16), (5.17) をまとめたものである．なお，消費の非負制約については，式 (5.19-b) が満たされている限り，内点解が保証されるため，問題を解く際に考慮する必要が無くなる．式 (5.20-g) は，経済の初期状態が，この最適化問題において所与であることを意味する．

5.3.3　最適化条件

前項で定式化した最適化問題 (5.20-a) の解が満たすべき必要条件を導出する．ベルマンの最適性原理により，問題 (5.20-a) の解は，0 期以降に再評価されても

最適でなければいけない．よって，t 期（$t \geq 0$）の最適化問題，

$$\max_{\{C_\tau, K_{\tau+1}, G_{\tau+1}\}_{\tau=t}^{\infty}} \mathrm{E}_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(C_\tau) \right] \tag{5.21-a}$$

$s.t.$ (5.20.b)–(5.20.f) and

$$K_t, G_t, z_t : \text{given} \tag{5.21-b}$$

を考えるとき，この最適化問題の解の必要条件は，問題 (5.20-a) の解も満たさなければいけない．この性質を用いて，t 期に決定される操作変数である C_t，K_{t+1}，G_{t+1} に関する必要条件を導く．問題 (5.21-a) のラグランジアン $\mathscr{L}_t$ を次のように定式化する．

$$\begin{aligned}
\mathscr{L}_t \;\; = \;\; & \mathrm{E}_t \Bigg[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \{ u(C_\tau) + \lambda_\tau [f(K_\tau - K_\tau \Phi_\tau^K z_\tau) + (1-\delta_K)(K_\tau - K_\tau \Phi_\tau^K z_\tau) \\
& +(1-\delta_G)(G_\tau - G_\tau \Phi_\tau^G z_\tau) - C_\tau - K_{\tau+1} - G_{\tau+1} \Bigg] \\
& \mu_\tau^K [K_{\tau+1} - (1-\delta_K)(K_\tau - K_\tau \Phi_\tau^K z_\tau)] \\
& +\mu_\tau^G [G_{\tau+1} - (1-\delta_G)(G_\tau - G_\tau \Phi_\tau^G z_\tau)]
\end{aligned} \tag{5.22}$$

ここで，λ_τ，μ_τ^K，μ_τ^G はラグランジュ乗数である．ラグランジアン $\mathscr{L}_t$ より，Kuhn-Tucker 条件として，

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t} = 0 \Leftrightarrow \lambda_t = u'(C_t) \tag{5.23-a}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L_t}{\partial K_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \\
&\lambda_t - \mu_t^K = \beta \mathrm{E}_t\Bigg[\lambda_{t+1}\Bigg\{(f'(K_{t+1} - K_{t+1}\Phi_{t+1}^K z_{t+1}) + 1 - \delta_K) \\
&\quad \cdot\left[1 - \left(\Phi_{t+1}^K + K_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^K}{\partial K_{t+1}}\right)z_{t+1}\right] + (1-\delta_G)\left(-G_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^G}{\partial K_{t+1}}z_{t+1}\right)\Bigg\} \\
&\quad -\mu_{t+1}^K(1-\delta_K)\left\{1 - \left(\Phi_{t+1}^K + K_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^K}{\partial K_{t+1}}\right)z_{t+1}\right\} \\
&\quad -\mu_{t+1}^G(1-\delta_G)\left(-G_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^G}{\partial K_{t+1}}z_{t+1}\right)\Bigg]
\end{aligned} \tag{5.23-b}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial L_t}{\partial G_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \\
&\lambda_t - \mu_t^G = \beta \mathrm{E}_t\Bigg[\lambda_{t+1}\Bigg\{(f'(K_{t+1} - K_{t+1}\Phi_{t+1}^K z_{t+1}) + 1 - \delta_K) \\
&\quad \cdot\left(-K_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^K}{\partial G_{t+1}}z_{t+1}\right) + (1-\delta_G)\left[1 - \left(\Phi_{t+1}^G + G_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^G}{\partial G_{t+1}}\right)z_{t+1}\right]\Bigg\} \\
&\quad -\mu_{t+1}^K(1-\delta_K)\left(-K_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^K}{\partial G_{t+1}}z_{t+1}\right) \\
&\quad -\mu_{t+1}^G(1-\delta_G)\left\{1 - \left(\Phi_{t+1}^G + G_{t+1}\frac{\partial \Phi_{t+1}^G}{\partial G_{t+1}}\right)z_{t+1}\right\}\Bigg]
\end{aligned} \tag{5.23-c}$$

$$\mu_t^K\{K_{t+1} - (1-\delta_K)(K_t - K_t\Phi_t^K z_t)\} = 0 \tag{5.23-d}$$

$$\mu_t^K \geq 0 \tag{5.23-e}$$

$$\mu_t^G\{G_{t+1} - (1-\delta_G)(G_t - G_t\Phi_t^G z_t)\} = 0 \tag{5.23-f}$$

$$\mu_t^G \geq 0 \tag{5.23-g}$$

および式 (5.20-b)–(5.20-f) が，C_t，K_{t+1}，G_{t+1} が満たすべき必要条件となる．これらの必要条件の解釈は，通常のラグランジュの未定乗数決定法の場合と同様にして行うことができる．式 (5.23-b) の左辺と右辺はそれぞれ，K_{t+1} を限界的に 1 単位増やすときの費用と便益を，目的関数 (5.21-a) の単位で評価したものである．

目的関数 (5.21-a) を最大化するためには，両者は一致する必要がある．同様に，式 (5.23-c) の左辺と右辺はそれぞれ，G_{t+1} を限界的に 1 単位増やすときの費用と便益を，目的関数 (5.21-a) の単位で評価したものである．

以上では，問題 (5.21-a) のラグランジアンから必要条件を導いたが，動的計画法を用いて必要条件を導くこともできる．このときには，式 (5.23-b) と (5.23-c) を，より直感的な形で表すことができる．動的計画法を用いると，t 期の最適化問題は，

$$\max_{C_t, K_{t+1}, G_{t+1}} u(C_t) + \beta \mathrm{E}_t[V(K_{t+1}, G_{t+1}, z_{t+1})] \tag{5.24}$$
$$s.t.\ (5.20.\mathrm{b})\text{–}(5.20.\mathrm{f}),\ (5.21.\mathrm{b})$$

と表すことができる．ここで，$V(K, G, z)$ は価値関数であり，$K_t = K$，$G_t = G$，$z_t = z$ のときの，問題 (5.21-a) の最適解における目的関数の値を表す．式 (5.22) と同様に，制約式 (5.20-b)–(5.20-d) に対応するラグランジュ乗数をそれぞれ，λ_t，μ_t^K，μ_t^G とするとき，式 (5.23-b) と (5.23-c) に対応する必要条件はそれぞれ，

$$\lambda_t - \mu_t^K = \beta \mathrm{E}_t\left[\frac{\partial V}{\partial K}(K_{t+1}, G_{t+1}, z_{t+1})\right] \tag{5.25-a}$$
$$\lambda_t - \mu_t^G = \beta \mathrm{E}_t\left[\frac{\partial V}{\partial G}(K_{t+1}, G_{t+1}, z_{t+1})\right] \tag{5.25-b}$$

と表される．式 (5.25-a) と式 (5.25-b) の右辺がそれぞれ，K_{t+1} と G_{t+1} を限界的に 1 単位増やすときの便益を，目的関数 (5.24) の単位で評価したものであることは明らかである．なお，最適解における目的関数 (5.24) の値が $V(K_t, G_t, z_t)$ であること，および，包絡線定理を用いると，式 (5.25-a) と (5.25-b) から式 (5.23-b) と (5.23-c) を導くことができる．

本章では，式 (5.25-a) と (5.25-b)（もしくは式 (5.23-b) と (5.23-c)）の右辺をそれぞれ,「生産資本の限界価値」と「防災資本の限界価値」と呼称する．これらは，生産資本や防災資本を限界的に 1 単位増やす（あるいは，生産投資や防災投資を

限界的に 1 単位増やす）とき，社会厚生 (5.21-a) がどれだけ改善されるのかを表すものである．生産資本と防災資本の限界価値は，次節以降で取り扱うターンパイクと密接に関係している．

5.4 数値シミュレーション

DSGE モデルは，限られた例外を除き，解析解を導出することが困難である．そこで本章では，モデルの関数形を特定し，数値解析によってモデルの挙動を分析する．DSGE モデルの数値解析手法は，様々なものが開発されている（Heer and Maussner[26]）．それらの手法を大別すると，モデルの定常状態の周辺の解を近似する手法と，定常状態から離れた領域の解も近似することができる手法に分けることができる．本章の主眼は，定常状態の周辺における経済活動の時間推移よりも，最適な経済成長経路における防災資本の蓄積過程にあるので，定常状態から離れた領域の解を近似することができる手法を採用することにした．このような手法の代表的なものとしては，Value Function Iteration と有限要素法を挙げることができる．両者を適用したところ，同じ計算資源では有限要素法の方が高い精度の解を得られたので，有限要素法を用いて数値解析を行うことにした．なお，有限要素法による数値解析手法の詳細については **5.7. 付録**に記す.

5.4.1 関数形とパラメータの設定

一期間の厚生を表す関数 u には，相対的リスク回避度一定の効用関数，

$$u(C) = \begin{cases} \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}, & (\sigma \neq 1) \\ \ln C, (\sigma = 1) & (\sigma = 1) \end{cases} \tag{5.26}$$

を採用した．ここで，σ は相対的リスク回避度（あるいは異時点間の代替の弾力性の逆数）を表す正のパラメータである．

生産関数 F には，K，L について収穫一定のコブ＝ダグラス型の生産関数，

$$F(K, L) = AK^{\alpha}L^{1-\alpha} \tag{5.27}$$

を採用した．ここで，$A > 0$ および α はパラメータである．

被害率を表す関数 Φ_K，Φ_G には，式 (5.28) のように，同一の関数形を採用した．

$$\Phi_K(K, G) = \Phi_G(K, G) = d\exp(-\theta G/K) \tag{5.28}$$

ここで，$0 \leq d \leq 1$ および θ はパラメータである．

式 (5.28) は，耐震補強設備や耐火設備といった，構造物に体化されるタイプの防災資本を想定したものである．これらの防災資本は一般的に，保護している建築物が災害により破壊されると，同時に破壊されてしまうという性質を持っているため，災害による生産資本と防災資本の被害率は等しいものとした．

式 (5.28) の関数形を採用する場合，資本の被害率は，G/K が増えるほど減少する．G ではなく，G/K の単調減少関数となっている理由として，以下の具体例を挙げることができる．耐震補強設備などの防災資本は，一般的に，体化された建築物（およびその内部にある生産資本）のみを災害から保護する．よって，防災資本の効果を考えるときには，建築物 1 件あたりにどれだけの防災資本が体化されているかを考えなければいけない．G/K は「建築物 1 件あたりにどれだけの防災資本が体化されているか」を表す指標として考えることができる．また，構造物とは独立に存在する堤防などの防災資本の場合でも，生産資本が蓄積されるにつれて，生産資本が水害に対して脆弱になっていくという性質があるとすれば，式 (5.28) のような定式化が必要になるであろう．

$G = 0$ のとき，資本の被害率は d となるので，d は災害の規模を表すパラメータとして解釈できる．G/K の値が同じでも，θ が大きいほど資本の被害率は小さくなるので，パラメータ θ は防災資本に関わる技術効率性，すなわち防災技術の

表 5.1: 値を固定したパラメータ

σ	A	α	β	δ_K	δ_G
2.0	1.0	0.35	0.99	0.025	0.005

高さを表すものとして解釈できる．少ない労働力や建築資材で頑丈な建築物を造ることが可能であることや，高品質の免震技術へのアクセスが可能であることなどは，θ の値が高いことに対応している．本研究では，$\theta G/K$ の値を防災機能水準と呼ぶことにする．式 (5.28) より，資本の被害率は，防災機能水準の単調減少関数となる．災害として地震を想定すれば，防災機能水準は耐震強度を表す指標として解釈できる．

全ての数値解析において同じ値を採用したパラメータは，σ，A，α，β，δ_K，δ_G である．それらの値を**表–5.1** にまとめる．β，δ_K，δ_G の値は，1 期間を四半期と考えて設定してある．防災資本は一般的に，鉄筋コンクリート構造物など，耐用年数の非常に長い資産の形を取ることから，δ_G の値には 200 四半期（50 年）の逆数である 0.005 を採用した．

5.4.2　資本の最適な蓄積過程

本項では，資本の最適な蓄積過程について分析する．まずは，災害発生確率 $p > 0$ に直面しており，災害の発生を想定して経済活動が行われているものの，結果的に偶然，災害が生起しなかった場合の資本蓄積過程を分析する．これにより，平常時の資本蓄積過程の基本的な特性を分析する．災害ショックの資本蓄積過程への影響については，次項で分析を行う．

パラメータ設定は $p = 0.005, d = 0.5, \theta = 18.0$ とする．この設定は，何も防災対策をしていなければ，国内の生産資本の半分が破壊されるという極めて巨大な災害が，50 年に 1 回の確率で起こることを意味している．これはあくまで，仮想

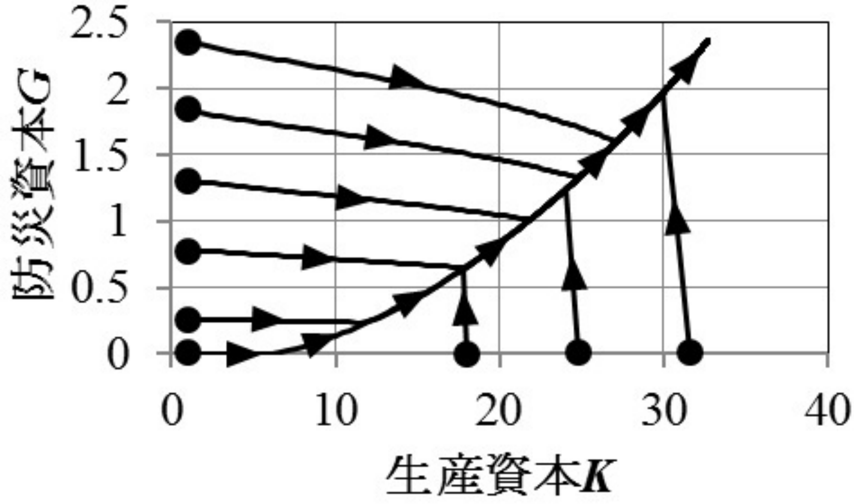

図 5.1: 資本の最適な蓄積過程

的なパラメータ設定であることに注意されたい．

経済の初期状態における資本ストック (K_0, G_0) は外生変数であるから，自由に与えることができる．**図–5.1** は，初期状態 (K_0, G_0) として複数の点を設定し，各初期状態に対応した (K_t, G_t) の軌跡を KG 平面上に描いたものである．図中の丸は初期状態を表している（合計 9 個の初期状態を考えている）．また，図中の矢印は，時間推移とともに (K_t, G_t) がどちらの方向に動いたのかを表している．**図–5.1** のグラフの中央には右上がりの曲線が存在しており，(K_t, G_t) の点列は初期状態によらず，まずはこの曲線に合流し，その後，この曲線に沿って右上に進んでいくことがわかる．この曲線を，Tsur and Zemel[25] に倣って，ターンパイクと呼ぶことにする．なお，図-1 のターンパイクは，$K = 33$ 付近で途切れているが，これは，この点で資本蓄積が停止するためである．本モデルのように，人口が一定で，技術成長率ゼロの新古典派生産技術をもつ経済は，ある水準の資本ストックをもつ定常状態へと向かい，災害が起こらない限り，その水準を維持し続けることになる．

ターンパイクは，次の K_{t+1} と G_{t+1} についての陰関数として表すことができる．

$$\mathrm{E}_t\left[\frac{\partial V}{\partial K}(K_{t+1}, G_{t+1}, z_{t+1})\right] = \mathrm{E}_t\left[\frac{\partial V}{\partial G}(K_{t+1}, G_{t+1}, z_{t+1})\right] \tag{5.29}$$

すなわち，ターンパイクとは，その上において，生産資本の限界価値と防災資本の限界価値（式 (5.25-a) と式 (5.25-b) の右辺の値）が釣り合っている曲線を表している．一方，経済がターンパイク上に無いときには，ストックの少ない資本の限界価値が高くなる．これを Tsur らはアンバランス効果と呼んでいる [25]．具体的には，**図–5.1** において，ターンパイクの左側の領域では，式 (5.29) の左辺が右辺よりも大きく，逆に，右側の領域では，式 (5.29) の右辺が左辺よりも大きい．以上の結果の成立は，数値計算により確認している．

(K_t, G_t) の点列がターンパイクに合流するまでは，限界価値の高い資本にのみ投資が行われ，他の資本には投資が行われない．資本の限界価値は,「その資本に対する投資が限界的に 1 単位増えるとき，社会厚生がどれだけ改善されるのか」を表すものであるから，最適な資本蓄積過程がこのような性質を満たすことは，自然な結果である．

投資の非負制約が無いときには，限界価値の低い資本が取り崩され，それが限界価値の高い資本への投資に充てられることにより，ターンパイクへの合流が直ちに実現する．これは，式 (5.25-a) と (5.25-b) から容易に確認できる．投資の非負制約が無いときには，μ_t^K と μ_t^G は 0 になるからである．しかし，本章のモデルのように，投資の非負制約がある場合には，ターンパイクへの合流には時間を要することになる．

上記の性質より，ターンパイクは,「生産資本ストック K の水準がこれだけのとき，どれだけの防災資本ストック G があるべきか？」という問いに対する，一つの指針を与えるものとして解釈することができる．よって，ターンパイク上の防災機能水準 $\theta G/K$ を計算すれば，生産資本ストックに対応した防災機能水準の指

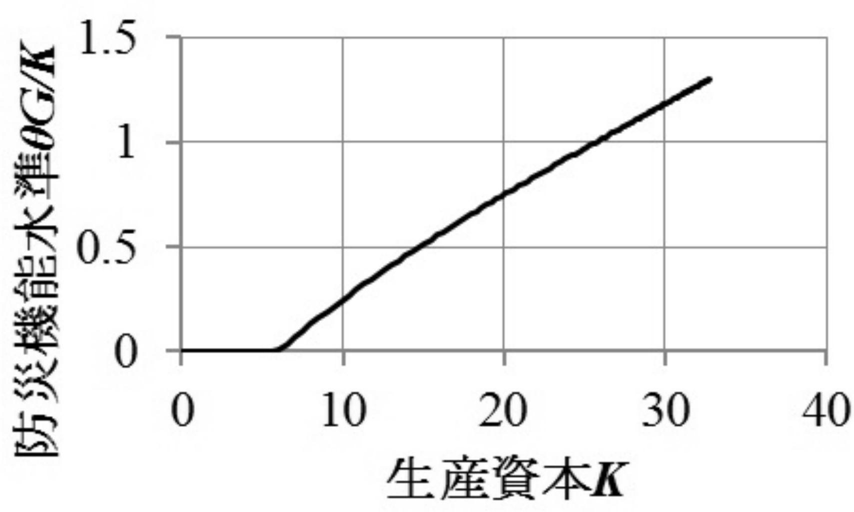

図 5.2: ターンパイク上の防災機能水準

針を与える曲線が得られる．**図–5.1** を描いたときと同様のパラメータを用い，この曲線を描いたものが**図–5.2** である．**図–5.2** より，生産資本ストックが蓄積するにつれて（すなわち，経済が成長するにつれて），防災機能水準が高くなっていくことがわかる．災害として地震を想定した場合，防災機能水準は耐震強度を表す指標として解釈できる．日本の耐震基準は，経済成長とともに引き上げられてきた歴史があるが，この事実は上記の分析結果と符合するものであると言える．

5.4.3 被災後の復興過程

本項では，被災した経済がどのような過程を経て復興するのかを分析する．パラメータ設定は前項と同じものを用いる．

(K_0, G_0) が，ターンパイク上の点 (21.5, 0.97) であり，z_0 が 0 である初期状態を考える．この次の期（1 期）において災害が生起し，それ以降は結果的に災害が生じなかった場合の成長経路を見ることで，被災後の経済の最適復興過程を分析する．

図–5.3 は，式 (5.7) と (5.8) で定義される K_t^{AD} と G_t^{AD} の 0 期からの変化率の推

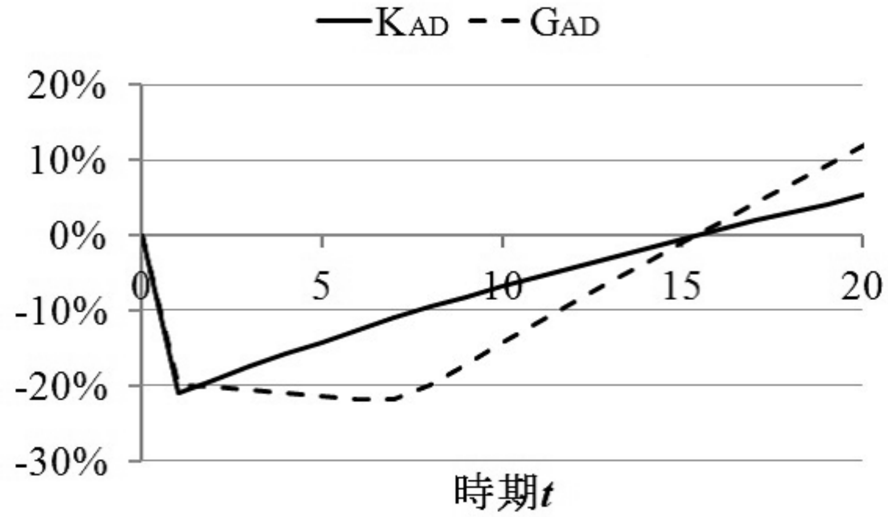

図 5.3: 災害後の資本ストックの推移

移を示したものである．各変数の値の水準が異なるため，ここでは変数値ではなく，基準時点である 0 期からの変化率により各変数の挙動を分析する．

生産資本は災害発生後，直ちに増加し始めるのに対して，防災資本は，1 期から 6 期まで防災投資が行われないために減少し続け，7 期から増加を開始する．1 期から 6 期まで防災投資が行われない理由は，(K_t^{AD}, G_t^{AD}) の軌跡を KG 平面上にプロットした**図–5.4** を見るとわかりやすい．図-4 には，ターンパイクもあわせて示してある．**図–5.4** から読み取れるように，災害が発生すると，(K_t^{AD}, G_t^{AD}) がターンパイクから外れてしまう．このパラメータ設定の場合には，被災直後に防災資本の限界価値が生産資本の限界価値よりも低くなる．そのため，経済がターンパイクに復帰するまでの間は，防災投資が行われず，減耗によって防災資本が減少し続ける．ターンパイクに復帰した後（7 期以降）には，生産資本と防災資本の双方に投資が行われるようになる．このように，ターンパイクの性質は，被災後の復興過程においても成立する．

次に，国内総生産（GDP）Y_t，消費 C_t，投資総額 $I_t^K + I_t^G$ の 0 期からの変化率を**図–5.5** に示す．**図–5.5** より，災害による GDP の減少率と比較して，消費の減

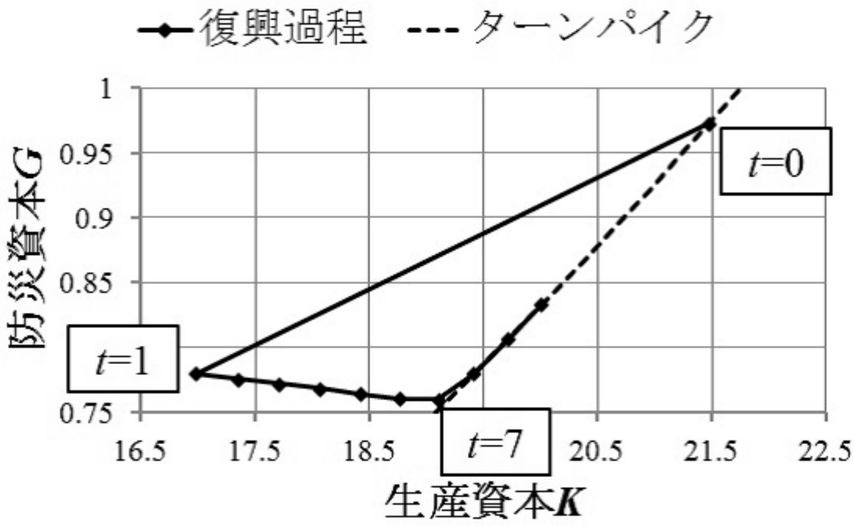

図 5.4: 復興過程とターンパイク

少率が大きいことがわかる．また，GDP や消費の変化率と比較すると，投資総額の変化率は小さい．この結果より，被災後に GDP が落ち込んだときには，投資総額をあまり変化させないことが最適になるが，その結果として，最適な消費が GDP よりも大きな割合で低下することがわかる．また，GDP が元の水準に戻るまでの間，消費も元の水準に戻らない．本章のモデルは，このように，被災後に国の所得や消費が長期的に低下することを考慮したうえで，最適化を行っていることが特徴である．なお，**図–5.5** によれば，災害により GDP が 7%も低下しているが，これは災害規模のパラメータ d を 0.5 という極めて大きな値に設定したためである．このパラメータをより小さい値に設定しても，本項の分析により得られる定性的な結果が変化することはない．

5.5 比較動学分析と政策的示唆

5.5.1 災害リスクの防災機能水準への影響

災害リスクの大きさが防災機能水準に及ぼす影響について調べよう．実務においては，災害リスクの大きさはその被害の大きさと発生確率等によって評価され

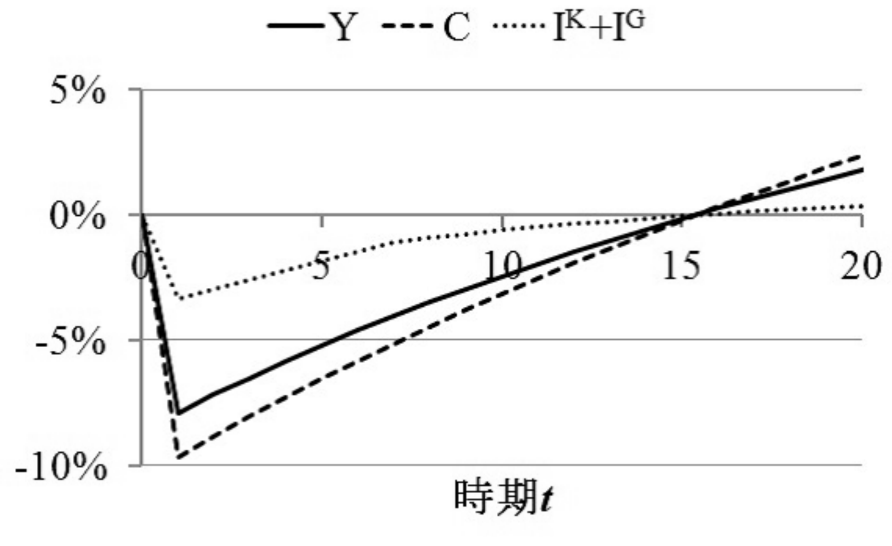

図 5.5: 災害後のフロー変数の推移

ることが多い．このモデルにおいては，災害リスクの大きさは，災害規模を表すパラメータ d と，災害発生確率を表すパラメータ p によって表現される．

図–5.6 は，p を 0.005 に，θ を 18.0 に固定し，d が 0.25, 0.5, 0.75 のときの，ターンパイク上の防災機能水準のグラフを描いた結果である．また，**図–5.7** は，d を 0.5 に，θ を 18.0 に固定し，p が 0.0025, 0.005, 0.0075 のときの，同様のグラフを描いた結果である．これらの図より，災害リスクが高いほど，ターンパイク上の防災機能水準のグラフがシフトアップすることを読み取れる．すなわち，同じ生産資本ストックを持つ同じ発展段階の国でも，災害リスクの高い国の方が，防災機能水準を高くする必要があることがわかる．また，**図–5.6** と**図–5.7** は，資本の限界価値の観点からも解釈することができる．ターンパイクとは，その上において，生産資本の限界価値と防災資本の限界価値が釣り合った曲線を表している．したがって，ターンパイクがシフトアップすることは，生産資本に対する防災資本の相対的な限界価値が高まることを意味する．また，ここでは θ が一定なので，ターンパイク上の防災機能水準のグラフがシフトアップすることは，ターンパイクがシフトアップすることと同値である．よって，**図–5.6** と**図–5.7** は，災害リス

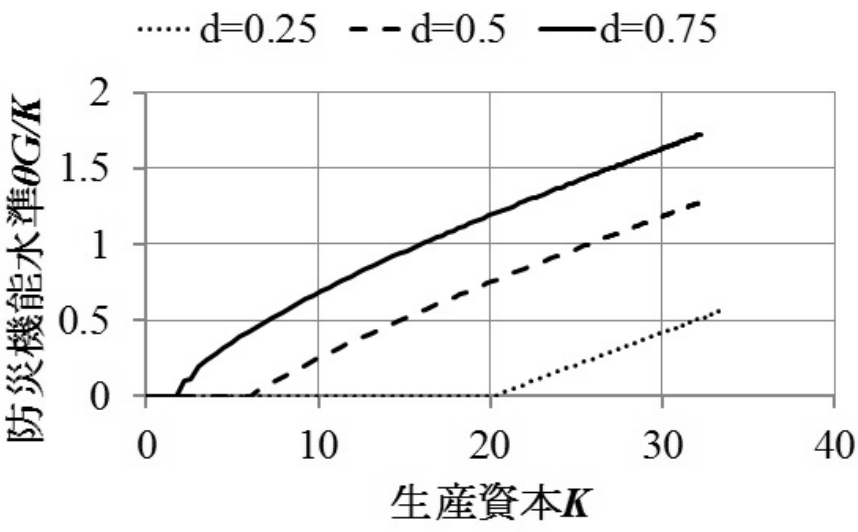

図 5.6: ターンパイク上の防災機能水準への災害規模の影響

クが高いほど，防災資本の相対的な限界価値が高まることを示している．この結果は自然なものであると考えられる．

次に，災害規模と災害発生確率の影響の大きさの違いを見るために，θ を 18.0 に固定し，$(p, d) = (1.0, 0.0025)$ のときと，$(p, d) = (0.003125, 0.8)$ のときのターンパイク上の防災機能水準のグラフを描いた結果を**図–5.8** に示す．(p, d) がどちらの場合であっても，生産資本ストック K と防災資本ストック G の値が等しければ，災害による資本の被害額の期待値である $p(K + G)d \exp(-\theta G/K)$ の値は等しい．しかしながら，両ケースにおける防災機能水準のグラフは一致しておらず，生産資本ストックの水準が同じであっても，災害規模が大きい方が，防災機能水準は高くする必要があることがわかる．この理由は，災害による生産資本の被害率が大きいほど，災害発生後に生産資本ストックが元の水準に回復するまでの間の，消費の低下が大きくなり，社会厚生の低下も大きなものとなることだと考えられる．そのため，資本の被害額の期待値が同じであっても，少頻度大規模の災害に直面している国の方が，多頻度小規模の災害に直面している国よりも，防災資本の相対的な価値が高くなり，防災投資を多く行うことが最適になったのだと

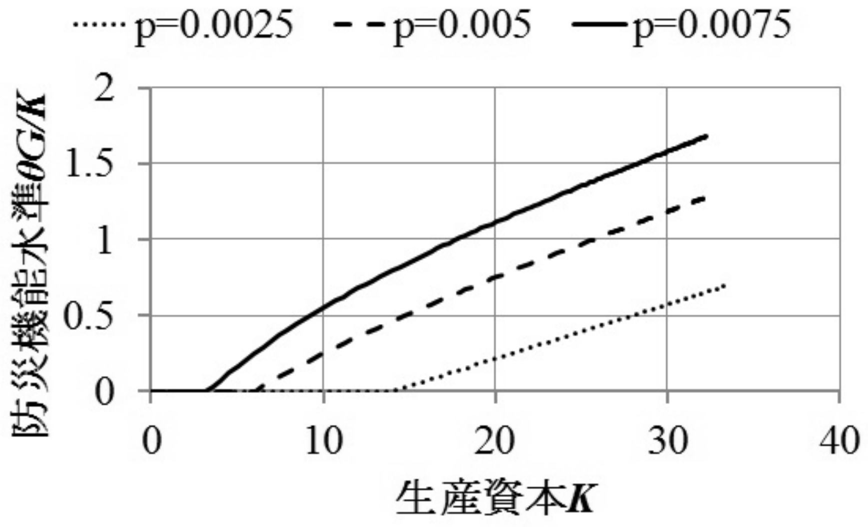

図 5.7: ターンパイク上の防災機能水準への災害発生確率の影響

考えられる．この結果より，最適な防災投資の水準を分析するためには，単純な被害額の期待値を用いた分析では不十分であり，災害後の GDP や消費の低下を考慮に入れた分析が必要になると言える．

5.5.2 防災技術の経済への影響

まずは，防災技術 θ の水準が防災機能水準に及ぼす影響を分析する．**図–5.9** は，d を 0.5 に，p を 0.005 に固定し，θ が 9.0, 18.0, 27.0 のときのターンパイク上の防災機能水準のグラフを描いたものである．**図–5.9** より，同じ生産資本を持つ同じ発展段階の国でも，防災技術が高いほど，防災機能水準を高くした方が効率的になることがわかる．これは同時に，防災技術が高いほど，災害の被害率を下げることが効率的になることも意味する．防災技術が高いほど，所定の防災機能水準を得るために必要な防災資本ストックは低くなる．すなわち，防災投資に必要なコストが低下する．そのため，最適な投資計画の下では，防災機能水準が高くなったのだと考えられる．

次に，防災技術の高さが国内総生産と消費に及ぼす長期的な影響を分析する．

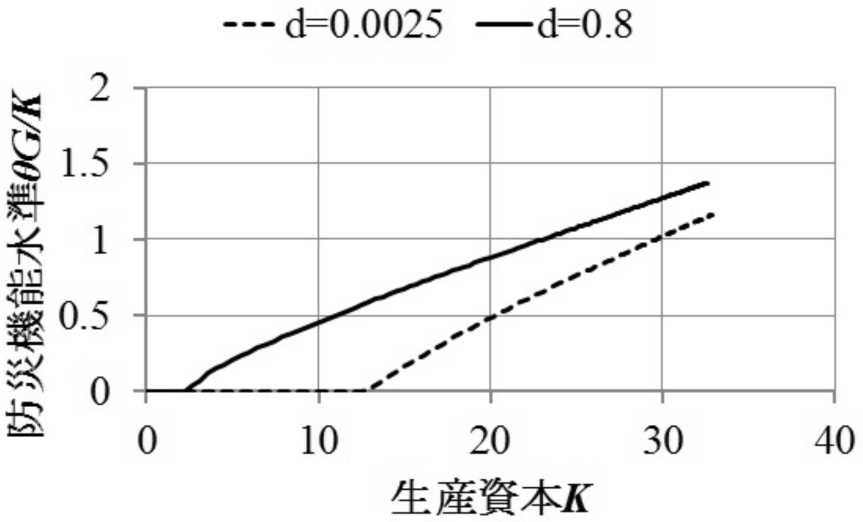

図 5.8: 防災機能水準に対する災害規模と災害発生確率の影響の違い

これは，それらの変数の定常分布の期待値を計算することによって分析できる．**図–5.10** は，d を 0.5 に，p を 0.005 に固定し，国内総生産 Y および消費 C の定常分布の期待値と，θ の関係をグラフにしたものである．**図–5.10** より，防災技術が高いほど，長期的な GDP と消費の水準が増加する傾向を読み取れる．このように，防災技術の高さは，GDP や消費の長期的な水準に影響を及ぼす．よって，防災投資計画の問題を考えるうえでは，防災投資をどのように行うべきかを考えるのはもちろんのこと，防災投資を効率よく行うことを可能にする防災技術を，いかに向上させていくべきかも考える必要があると言える．

5.5.3 防災基準としてのターンパイク

5.4. でも述べたように，防災資本ストック G と生産資本ストック K の比率に防災技術水準 θ を掛けて定義した防災機能水準 $\theta G/K$ は，災害として震災を想定した場合には，建築物の耐震強度を表す値として解釈できる．例えば，工場の建物における耐震補強の資材の比率 G/K に，それらの資材がどれだけ効率的に防災効果を発揮するかを表す θ を掛けたものが，防災機能水準であると解釈できる．

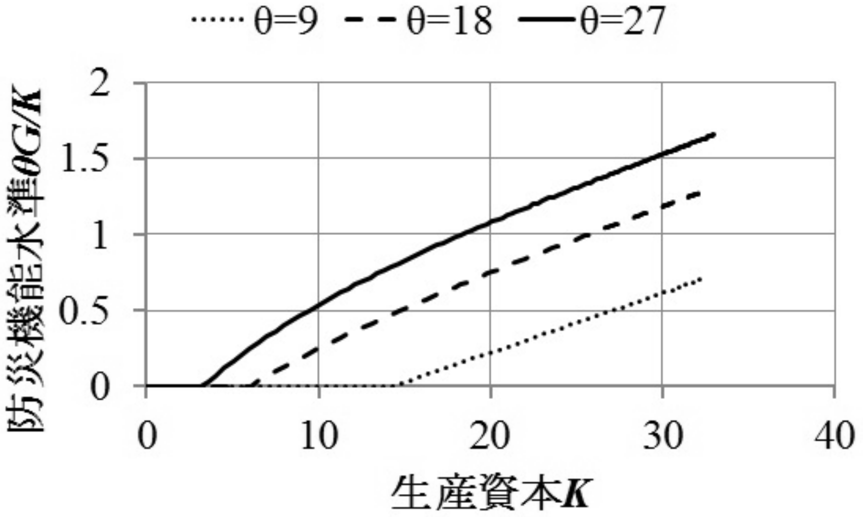

図 5.9: ターンパイク上の防災機能水準への防災技術の影響

そして，ターンパイク上における防災機能水準の値は，生産資本ストックが与えられたときの防災基準の指標を表すものとして解釈できる．そのように解釈した場合，防災基準 $\theta G/K$ は，被害率を表す関数が式 (5.28) のような指数関数として与えられるときには，生産資本ストックとともに増加する．よって，経済成長とともに防災基準は上げていかなければならない．

また，マクロスケールで長期的な防災投資計画を立案する際には，ターンパイクを同定することが必要である．マクロ防災計画としてターンパイクを明らかにし，それをフォローするための投資計画を導かなければいけない．このときに，民間が災害リスクを正確に認識せずに経済活動を行うなどの理由により，自発的に十分なストックの防災資本が蓄積されない場合には，政府が防災投資に対して補助金を支出するなどの政策を打ち出す必要がある．ただし，本章のモデルは社会的最適化問題として定式化されているので，このような政策に関する具体的な分析は行えない．こうした分析については今後の課題とする．

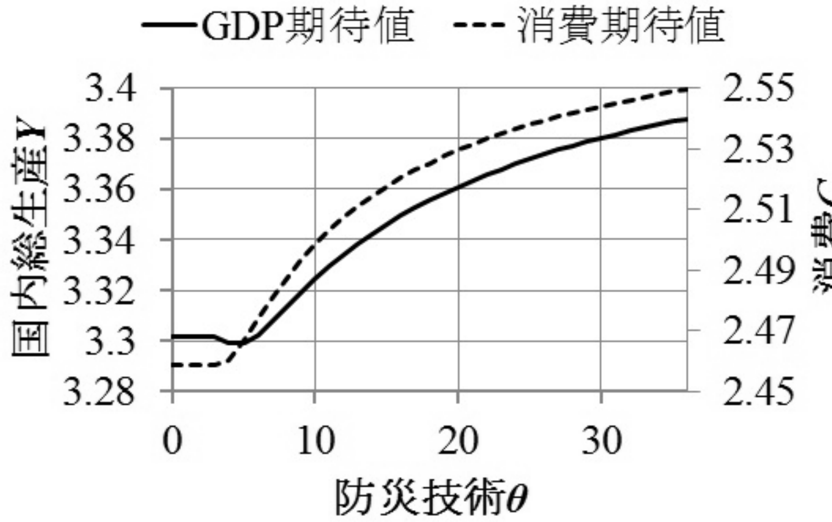

図 5.10: 長期的な GDP と消費水準への防災技術の影響

5.5.4 想定被害規模の変更

防災に関する政策は，過去の災害に関するデータと科学的な知見に基づき，将来に生じうる災害の規模および発生確率等を想定し，その想定に基づいて進められる．しかしながら，ターンパイクに沿って防災投資計画が進められている最中に未曽有の規模の災害が発生することなどにより，想定被害規模が変更される場合がある．その変更がショックとして与えられる場合，その時点でターンパイクを修正する必要がある．**図–5.11** と**図–5.12** は $p = 0.005$，$\theta = 18.0$ のとき，$d = 0.5$ の被害想定で経済が成長している途中で，t 期（$K_t = 22.0, G_t = 1.02$）に $d = 0.75$ に想定が変わったときの調整過程を示している．**図–5.11** は，新たな科学的発見によって災害の事前に想定が変更された場合であり，**図–5.12** は災害が発生したことによって想定が修正された場合である．いずれの場合にも最短距離で新しいターンパイクに移行すべきことが示されている．**図–5.12** より，被災して生産の復旧を急ぐ状況であっても，新しいターンパイクに乗るために，防災資本に重点的に投資しなければならないといえる．このことは，災害復興計画を策定する際

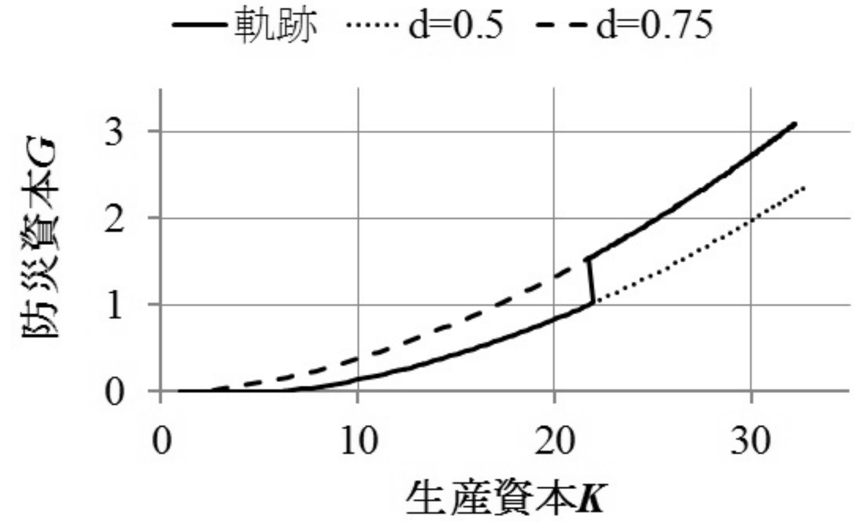

図 5.11: 新しいターンパイクへの移行 1

に，同時に将来の災害の想定を明確にすべきであることを示唆している．復興計画と防災計画は同時に進めなければならない．

5.5.5　災害リスク下のマクロ経済成長モデルと「復興過程」

社会が災害から「復興」した状態をどのように定義すべきかに関しては，多くの分野でさまざまな見解がある.「復興」と「復旧」の相違が問題になることもある．本章のように，社会厚生関数の最適化を伴う動学的確率的経済分析の枠組みを用いると,「復興」は経済の厚生水準たる価値関数 $V(K, G)$ の値が災害前の水準に戻ることと定義することが自然であろう．そうだとすると，復興過程はストックに関する KG 平面の上で，(K, G) の情報のみによって議論することができる．そして，(K, G) が災害前の水準を回復するための「復興過程」は，最短距離でターンパイクに復帰するまでの「ストック調整過程」と，ターンパイク上で資本を蓄積して災害前の (K, G) に到達する「バランス復興過程」の段階に分けることができる．ストック調整過程においては，ある資本への投資を控える一方で，その他の資本にはその分だけ多くの投資を行う必要がある．すなわち，不足している資

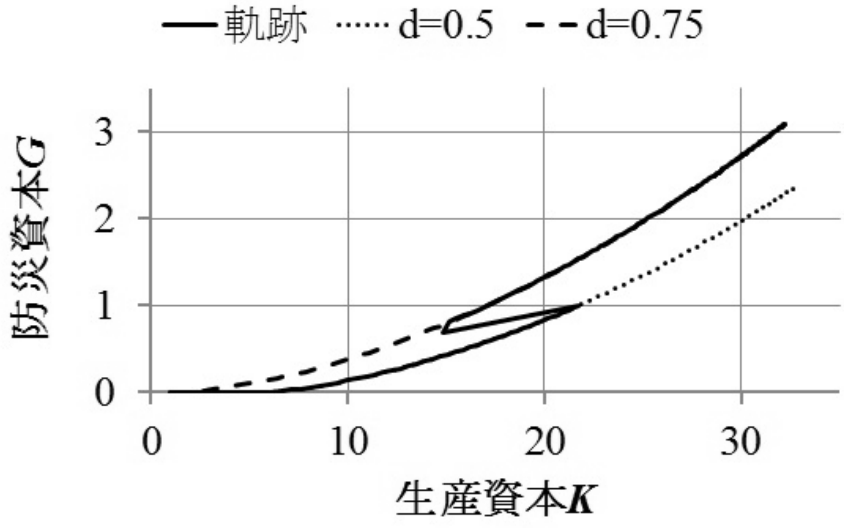

図 5.12: 新しいターンパイクへの移行 2

本を特定化し，それらの資本に重点的に投資を行うことが求められる．これに対して，バランス復興過程では，各資本にバランス良く投資を行うことが求められる．換言すると，バランス復興過程では平常時の経済成長過程と同様の投資計画が立案されなければならない．バランス復興過程を通じて (K, G) が災害前の水準に回復すれば，社会厚生の水準や GDP も災害前の水準に回復し,「復興」が完了することになる．無論，前項で指摘したように，災害想定が変更される場合には，ターンパイクも修正され，災害前の厚生水準を与える (K, G) の組み合わせも修正される．しかし，いずれの場合にも，被災からの復興投資計画は「ストック調整過程」と「バランス復興過程」の間で全く異なったものとなることに留意する必要がある．

本章のモデルの場合には，ターンパイクは集計的な生産資本と防災資本の組に対してしか定義されないので，ストック調整過程において注意が払われるのは，生産資本と防災資本の間のバランスのみである．しかし，現実の経済には多様な機能の生産資本が存在している．そこでは，ターンパイクはこれらの全てのストックの組に対して定義されることになる．そして，災害はこれらの資本ストックを

不均一な割合で破壊すると考えられるため，ストック調整過程において不足している資本を特定化することは，より重要な問題になると考えられる．この点の分析については今後の課題とする．

5.6 結語

本章では，動学的確率的経済モデルの枠組みを用いて，国民のリスク回避に関する選好を考慮した社会的に最適な防災資本と生産資本の蓄積過程について分析した．その結果，一定の条件下においては，災害の期待被害額が一定であっても，災害が少頻度大規模であるほど防災機能水準は高くすべき，経済成長とともに防災基準は上げるべき，被災後の復興計画においては将来災害被害を想定し復興計画と防災計画を同時に進めるべきなどの興味深い知見が得られた．

動学的かつ確率的な経済モデルを用いることによって，被災後のストックの復興政策と，次なる災害への備えとしての防災投資政策を，一国の財政のスケールで同時に議論することが可能となる．そして，そこでは全ての資本ストックの限界価値が同一となるターンパイクが鍵概念となる．復興過程は，最短経路でターンパイクに復帰するための「ストック調整過程」と，ターンパイクを辿って災害前の状態に復帰する「バランス復興過程」の段階を踏むことになる．本章では，両過程の存在を明らかにし，それぞれの過程における資本の限界価値や最適な投資政策について分析した．このような知見は，資本間の再配分を自由に行うことができない物的資産の性質を明示的に考慮することによってのみ導くことが可能なものである．本章は，動学的確率的マクロ経済モデルを長期的な防災投資計画問題に応用するための一つのポイントを提示しえたと考える．

本章の延長上には，いくつかの課題が残されており，今後解決していかなければならない．第一に，生産資本と防災資本を，その機能に応じて細分化する必要

がある．これによって，**5.5** でなされた議論をより深く行うことが可能になると考えられる．また，原子力発電所のように破壊されると復旧が困難となる生産資本を保護する防災資本には，多く投資を行うべきといった知見が得られる可能性もある．第二に，災害リスクに対処するための地域間の連携について議論するため，複数の地域を表現したモデルへと拡張する必要がある．第三に，より現実的な状況を表現するために，モデルを拡張する必要がある．具体的には，技術の進歩，外国との資金の貸借，Time-to-Build（投資事業の開始時点と終了時点間の期間の定式化 [12]）などを導入する必要がある．また，現実的な政策の分析に用いることができるように，モデルを分権的な一般均衡モデルとして定式化する必要がある．第四に，定量的な政策議論に資するために，データによる関数形やパラメータのキャリブレーションの方法を開発することが重要である．この際，防災資本ストックの計測手法も同時に考慮する必要がある．また，巨大災害に対してハードの施設整備のみで対応することが合理的ではないことも広く認識されており，防災文化として継承されているものも含めたソフトの防災対策の価値の計測方法についても検討する必要があろう．

5.7 付録：数値解析手法

ここでは，最適化問題 (5.20-a) の解を数値解析により推定する手法について述べる．この手法は Heer and Maussner[26] および Christiano and Fisher[27] を参考にしている．

この数値解析手法は，**5.3.** で導出した必要条件（式 (5.20-b)–(5.20-d), (5.23-a)–(5.23-g) を用いて解を近似するものである．PEA (Parameterized Expectation Approach) と呼ばれる手法を用いて，これらの必要条件から関数方程式を作り，この関数方程式を有限要素法によって推定するのが，数値解析のおおまかな流れで

ある．

式 (5.23-b) と (5.23-c) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ という部分に着目する．最適な投資計画の下では，これらの部分は t 期の状態変数である K_t, G_t, z_t の関数として表せる．そこで，式 (5.23-b) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ を関数 $CE^1(K_t, G_t, z_t)$ で表し，式 (5.23-c) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ に $G_{t+1} + \epsilon_G$ を掛けた $(G_{t+1} + \epsilon_G)\mathrm{E}_t[\cdots]$ を $CE^2(K_t, G_t, z_t)$ で表す．ここで，ϵ_G は適当な正の定数である．

式 (5.23-b) と (5.23-c) より，

$$\lambda_t - \mu_t^K = \beta CE_1(K_t, G_t, z_t) \tag{5.30}$$

$$(G_{t+1} + \epsilon_G)(\lambda_t - \mu_t^G) = \beta CE_2(K_t, G_t, z_t) \tag{5.31}$$

が成立する．K_t, G_t, z_t と関数 CE^1, CE^2 が与えられれば，$C_t, K_{t+1}, G_{t+1}, \lambda_t, \mu_t^K, \mu_t^G$ を全て計算することができる．具体的には，$\mu_t^K = 0, \mu_t^G = 0$ のとき，$I_t^K = 0, \mu_t^G = 0$ のとき，$\mu_t^K = 0, I_t^G = 0$ のとき，$I_t^K = 0, I_t^G = 0$ のときの 4 通りの場合分けを行えばよい．この中の 1 通りの場合分けの下で，式 (5.20-b)–(5.20-d), (5.23-a)–(5.23-g) を全て満たす $C_t, K_{t+1}, G_{t+1}, \lambda_t, \mu_t^K, \mu_t^G$ を求められる．上記の計算過程を関数として考えれば，$C_t, K_{t+1}, G_{t+1}, \lambda_t, \mu_t^K, \mu_t^G$ は，関数 CE^1, CE^2 と，変数 K_t, G_t, z_t の関数として表せる．さらに，これらの関数を使えば，$\lambda_{t+1}, \mu_{t+1}^K, \mu_{t+1}^G$ は，関数 CE^1, CE^2 と，変数 K_t, G_t, z_t, z_{t+1} の関数として表すことができる．これらの関数を式 (5.23-b) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ に代入したものを $M^1(CE^1, CE^2, K_t, G_t, z_t)$ とし，式 (5.23-c) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ に $G_{t+1} + \epsilon_G$ を掛けた $(G_{t+1} + \epsilon_G)\mathrm{E}_t[\cdots]$ に代入したものを $M^2(CE^1, CE^2, K_t, G_t, z_t)$ とする．CE^1, CE^2 はもともと，式 (5.23-b) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ と式 (5.23-c) の $\mathrm{E}_t[\cdots]$ に $G_{t+1} + \epsilon_G$ を掛けたものを K_t, G_t, z_t の関数として表したものである．よって，次の関数方程式が成立しなければいけない．

$$CE_1(K_t, G_t, z_t) = M^1(CE^1, CE^2, K_t, G_t, z_t) \tag{5.32}$$

$$CE_2(K_t, G_t, z_t) = M^2(CE^1, CE^2, K_t, G_t, z_t) \tag{5.33}$$

この関数方程式を有限要素法によって解くことで，本章のモデルの解を求めた．

モデルの解は上記の手法によって推定することができるが，そもそも，確率差分方程式体系（式 (5.20-b)–(5.20-d), (5.23-a)–(5.23-g)）を数値計算により解く際には，その解が安定であることが保証されている必要があることには注意しなければいけない．解が安定であるとは，初期状態 (K_0, G_0, z_0) によらず，システムが記述する変数の推移が定常分布に収束することを言う．安定性には，定常状態の周辺に関する局所的な安定性と，(K, G, z) の定義域全体に関する大域的なものがある．局所的な安定性については，画一的な手法で厳密に評価することができる [28]．本章のモデルも，分析に用いたパラメータ設定の下では，局所的な安定性を確認している．大域的な安定性については，様々なシミュレーションの結果，数値計算により大域的な安定性を確認した．大域的な安定性が成立する理由は，K と G に positive feedback が存在しないことだと考えられる．解の大域的な安定性に関する一般的な分析については，今後の課題とする．

参考文献

[1] Federal Emergency Management Agency (FEMA): http://www.fema.gov/about/what.shtm .

[2] Shaluf, I.M: Technological Disaster Stages and Manage-ment, *Disaster Prevention and Management*, Vol.17, Iss:1, pp.114-126, 2008.

[3] Arrow, K.J. and Lind, R.: Uncertainty and the Evaluation of Public Investment Decisions, *American Economic Review*, Vol.60, pp.364-378, 1970.

[4] Graham, D.A. : Cost-Benefit Analysis under Uncertainty, *American Economic Review*, Vol.71, pp.715-725, 1981.

[5] 高木朗義，森杉壽芳，上田孝行，西川幸雄，佐藤尚 : 立地均衡モデルを用いた治水投資の効果に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.13，pp.339-348，1996.

[6] 上田孝行 : 防災投資の便益評価 - 不確実性と不均衡の概念を念頭に置いて -, 土木計画学研究・論文集，No.14，pp.17-34，1997.

[7] 森杉壽芳，林山泰久，丹野智之，高木朗義 : 不確実性下における便益定義の計量比較，土木計画学研究・論文集, Vol.16, pp.403-409, 1999.

[8] 小林潔司，横松宗太 : カタストロフ・リスクと防災投資の経済評価，土木学会論文集，No.639/IV-46，pp.39-52，2000.

[9] 横松宗太，小林潔司 : 防災投資による非可逆的リスクの軽減効果の経済便益評価，土木計画学研究・論文集，No.16，pp.393-402，1999.

[10] 横松宗太，小林潔司 : 防災投資による物的被害リスクの軽減分析，土木学会論文集，No.660/IV-49，pp.111-123，2000.

[11] Brock, W.A. and Mirman, L.J.: Optimal Economic Growth and Uncertainty: The Discounted Case, *Journal of Eco-nomic Theory*, Vol.4, pp.479-513, 1972.

[12] Kydland, F.E. and Prescott, E.C.: Time to Build and Ag-gregate Fluctuations, *Econometrica*, Vol.50, No.6, pp.1345-1370, 1982.

[13] Aghion, P. and Howitt, P.: A Model of Growth through Creative Destruction, *Econometrica*, Vol.60, No.2, pp.323-351, 1992.

[14] Rietz, T.A.: The Equity Risk Premium - A Solution, *Journal of Monetary Economics*, Vol.22, pp.117-131, 1988.

[15] Barro, R.J.: Rare Disasters and Asset Markets in the Twentieth Century, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.121-3, pp.823-866, 2006.

[16] Barro, R.J.: Rare Disasters, Asset Prices, and Welfare Costs, *The American Economic Review*, Vol.99-1, pp.243-264, 2009.

[17] Gourio, F.: Disasters and Recoveries, *American Economic Review*, Vol.98-2, 68-73, 2008.

[18] Wachter, J.: Can Time-Varying Risk of Rare Disasters Explain Aggregate Stock Market Volatility?, *NBER Working Paper Series*, 14386, 2008.

[19] Lettau, M. and Ludvingson, S.: Time-varying Risk Premia and the Cost of Capital: An Alternative Implication of the Q Theory of Investment, *Journal of Monetary Economics*, Vol.49, pp.31-36, 2002.

[20] Mehra, R. and Prescott, E.: The Equity Premium: A Puzzle, *Journal of Monetary Economics*, Vol.15, pp.145-161, 1985.

[21] Posch, O.: Risk Premia in General Equilibrium, *CESifo Working Paper Series*, No.3131, 2010.

[22] Posch, O. and Trimborn, T.: Numerical Solution of Con-tinuous-time DSGE Models under Poisson Uncertainty, *Working Paper Series*, 2011.

[23] Uzawa, H.: Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth, *International Economic Review*, Vol.6, pp.18-31, 1965.

[24] Lucas, R.E.Jr.: On the Mechanics of Economic Develop-ment, *Journal of Monetary Economics*, Vol.22, pp.3-42, 1988.

[25] Tsur, Y. and Zemel, A.: On the Dynamics of Knowledge-Based Economic Growth, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.135, pp.101-115, 2007.

[26] Heer, B. and Maussner, A.: *Dynamic General Equilibrium Modeling Computational Methods and Applications 2nd Edition*, pp.59-61, pp.268-280, Springer, 2009.

[27] Christiano, L.J. and Fisher, J.D.M.: Algorithms for Solving Dynamic Models with Occasionary Binding Constraints, *Journal of Economic Dynamic and Control,* Vol.24, pp.1179-1232, 2000.

[28] Klein, P.: Using the Generalized Schur Form to Solve a Multivariate Linear Rational Expectations Model, *Journal of Economic Dynamic and Control*, Vol.24, pp.1405-1423, 2000.

第6章　結論

本研究は，社会資本の長い耐用年数に着目し，人口の減少・高齢化や社会資本の老朽化が進行する社会における社会資本投資政策に関して，動学的な経済モデルを用い，主として世代間公平性という評価視点から分析を行った．その結果，いくつかの知見を得ることができた．それらを以下に取りまとめる．

2章では，人口の減少や高齢化が進行する社会において，現状の人口構成（人口や高齢化率）が将来も不変に保たれ続けるという仮定の下に実施される，社会資本投資事業の経済評価がもたらす影響を分析した．分析の結果，将来の人口減少を考慮しない計画には，社会的に最適な水準よりも過大な社会資本投資が行われるという計画バイアスが存在することが判明した．また，世代間公平性に配慮した社会的割引率の調整には，将来の人口構成の想定が，社会資本投資計画や将来世代の厚生に及ぼす影響を小さくするという効果が存在することが判明した．人口の減少や高齢化が進行するという想定の下では，生産活動の縮小に伴い，社会資本が将来に生み出す便益の大きさも低下すると予想される．しかし，この際には同時に，規模の経済を生かせなくなることによる将来の生産性の低下や，高齢者を支えるための将来の勤労世代の負担を考慮して，社会的割引率の引き下げが行われる．その結果，社会的に最適な社会資本投資の水準の低下が抑えられる．

3章では，社会資本の老朽化が進行する社会における，世代間公平性に配慮した社会資本投資政策の性質について分析した．特に，社会資本の予防保全的維持管理を主体とする，社会資本の長寿命化投資の経済的効果について，効率性・世

代間公平性の両面から分析を行った．分析の結果，一国の経済を対象とするマクロな視点から社会資本の長寿命化投資の効果を見るとき，長寿命化投資は二種類の効果を通じて社会厚生の増進に寄与することを示した．第一に，長寿命化投資は社会資本のライフサイクルコストを縮減し，経済全体の投資額を増加させることを通じて，家計の長期的な消費額の増加をもたらす（ストック効果）．第二に，長寿命化投資は更新費用の変動の平準化をもたらすことを通じて，更新費用の負担に関する世代間公平性の改善に寄与する（平準化効果）．また，民間投資や社会資本投資を通じた更新費用の世代間移転も，社会資本関連費用の負担の世代間の平準化を図る上で有用であることが示された．将来の社会資本の更新費用を平準化するように社会資本投資タイミングの制御を行ったり，社会資本の更新費用が低い時期に民間資本を蓄積し，社会資本の更新費用が高い時期に民間資本を取り崩したりすることで，世代間公平性の観点からより望ましい動学的資源配分を実現することができる．

4 章では，政府の予算制約を明示的に考慮した，現実の日本経済の動きをシミュレート可能なモデルを用い，社会資本の投資政策と長寿命化政策，および，その資金の調達方法が，世代別の厚生に与える影響を分析した．分析の結果，限られたパラメータ設定の下ではあるが，いくつかの知見を得られた．社会資本投資事業は，現在世代よりも将来世代に多くの便益をもたらす．その一方で，現在世代のうち高齢の世代は，事業の実施により損失を被る．起債による資金調達により，事業費用の一部を将来世代に転嫁することが可能である．ただし，起債による資金調達は，現在世代の若年の世代に事業費用の負担を集中させる傾向がある．基金の積み立てによる資金調達は，将来世代の厚生を改善する上で有用である．長寿命化事業についても，現在世代よりも将来世代に多くの便益をもたらすという特徴があり，この便益を世代間で公平に分配するという観点からは，起債により

現在世代の費用の一部を将来世代に移転することが正当化されうる．また，公債の発行後も，ほぼ全ての世代が便益を享受することは変わらないため，一時的な資金調達手法として公債を用いても問題は少ないと考えられる．

また，**4 章**では，将来の人口動態や技術水準の推移に応じた，社会的割引率の効率的な調整についても分析を行った．将来の人口や技術水準が低く推移する際には，現在世代の家計が将来に備えた貯蓄行動を行う結果，金利が低下する．資源の効率的な活用の観点からは，この低下した金利を社会的割引率として費用便益分析を行う必要がある．このような金利に基づく社会的割引率の調整は，効率性の観点から行われるものであるが，その副次的な効果には，**2 章**で分析した，世代間公平性の観点から行われる社会的割引率の調整と同様の効果がある．すなわち，将来の人口構成や技術革新に関する想定が，社会資本投資計画や将来世代の厚生に及ぼす影響を小さくするという効果が存在する．

5 章では，災害の不確実性と影響の長期性，および，国民のリスク回避に関する選好を考慮した，社会的に最適な防災資本と生産資本の蓄積過程について分析した．その結果，一定の条件下においては，災害の期待被害額が一定であっても，災害が少頻度大規模であるほど防災資本の水準を高くすべき，経済成長とともに防災基準は上げるべき，被災後の復興計画においては将来の災害被害を想定し復興計画と防災計画を同時に進めるべきなどの知見が得られた．また，社会的に最適な経済の動学経路上には，防災資本と生産資本の限界価値が釣り合うターンパイクと呼ばれる経路が存在すること，そして，最適な復興過程は，最短経路でターンパイクに復帰するための「ストック調整過程」と，ターンパイクを辿って災害前の状態に復帰する「バランス復興過程」の段階を踏むことを明らかにした．

世代間公平性は，従来の社会資本投資事業の経済評価においては無視されがちな視点であった．本研究は，理論的な分析を通じて，世代間公平性に配慮した社

会資本投資政策の特性に関する一般的な性質を示した点において意義があると言える．また，分析により得られた知見は，効率性の観点からも有用なものであると考えられる．**4 章**で見たように，社会的割引率の調整は効率性の観点からも望ましいものとなる．したがって，**4 章**以外で行われた規範的な分析により得られた知見は，効率的な社会資本投資政策についても適用可能である可能性が高いと考えられる．今後は，より実証的な視点から，社会資本投資政策の経済効果について，効率性と世代間公平性の両面について分析を進める必要がある．その際には，世代別の個人の厚生，あるいは，個人が置かれる境遇の実用的な評価手法を開発することが重要である．

謝辞

本研究の遂行に当たり，多くの方から様々なご指導とご協力をいただきました．ここに記して心より感謝の意を表します．

京都大学　小林潔司教授には，本研究の遂行に当たり，多大なご協力を賜りました．モデルの分析結果の考察や研究成果の取りまとめに際して，先生は未熟な筆者に懇切丁寧なご指導とご助言をして下さいました．先生のご協力が無ければ，本研究を完成させることは到底できませんでした．また，本研究の取りまとめの他にも，先生は筆者の成長のために多くの機会を与えてくださいました．打ち合わせなど，先生と対面してご助言をいただける機会に際しては，本研究の分野に限らず，豊富な知識と経験に基づいた興味深いお話を多く聞かせていただき，知的な刺激を大いに受けました．国内・海外における学会発表の機会を与えていただいたことは，筆者にとって貴重な経験となりました．さらに，卒業後の進路についても，筆者は先生に大変お世話になりました．多大なご恩をいただいた先生に心より深く感謝申し上げます．

京都大学　大津宏康教授，横松宗太准教授には，本研究をとりまとめるにあたり，適切なご助言並びにご指導をいただくとともに，本研究の今後の方向性・発展性について，大変貴重なご意見をいただきました．また，横松宗太准教授には，本論文の **5 章**の研究をまとめるにあたり，多大な御助力をいただきました．ここに心より感謝いたします．

首都大学東京　石倉智樹准教授には，本論文の **5 章**の研究をまとめるにあたり，

多大なご指導と御助力をいただきました．深く感謝いたします．

京都大学　松島格也准教授，大西正光助教，鄭蝦榮特定助教には，本研究の遂行に当たり，日頃から大変貴重な御助言，御示唆を頂きました．新たな視点に基づいて研究を発展させる上で大変助かりました．また，先生方には研究生活を送る上でも折に触れて大変お世話になりました．暖かい言葉をかけていただいたおかげで，研究生活の励みとなったことも多々あります．厚く御礼申し上げます．

計画マネジメント論研究室の皆様には，研究生活を送る上でお世話になりました．また，日頃から皆様との雑談や交流のおかげで研究生活を楽しく送ることができました．特に，同期の博士課程の皆様とは，研究の楽しさやつらさを共有することができ，大いに研究生活の励みとなりました．博士課程の阿部真育氏には，博士課程の三年間を通じてお世話になりました．何気ない雑談から深い人生観についての議論まで，様々なお話を楽しませていただきました．博士課程の Nguyen Trong Hiep 氏とは，都市モデルの構築やベトナムの都市の将来について興味深く議論を楽しませていただきました．博士課程の李茜氏とは，マルチエージェントモデルの将来性やご子息の成長などについて楽しくお話させていただきました．また，秘書の藤本彩氏には，研究活動を進めていく上での多くの事務手続きを手伝っていただきました．研究室の皆様に厚く御礼申し上げます．

最後に，筆者を経済的に支えて下さり，また，いつも暖かい言葉で筆者を励まして下さった父と母に心より深く感謝申し上げます．